

# 磁気光学トラップのための補正磁場発生機構の作製と評価

丹治研究室 足立遼太郎  
令和4年3月4日

## 1. 序論

### 1.1 量子暗号通信に向けた単一光子の発生

近年、通信の安全性・信頼性に関心が高まる中で、量子力学の原理に基づく無条件安全性を提供する量子暗号通信の研究が活発化している。現在の暗号通信はワンタイムパッドや公開鍵暗号が用いられていて、かなり安全性が高いといわれている。しかし、これらの暗号方式の安全性は、計算能力の限界により暗号解読に時間がかかることに依存しており、完全に安全とは言えない。そこで、量子の性質により無条件な安全性が保障されるとして注目されているものが、光子を用いて秘密鍵を配送する量子鍵配送(Quantum Key Distribution, QKD)[1]である。この方法では、誰かが盗聴を行うと光子の量子状態が変化し、盗聴したことが検出できることにより、安全性が保障される。量子鍵配送の実用化に向けては、オンデマンドな光子の発生が重要となる。光子を発生させるための系には単一量子ドット[2]、単一イオン[3]、原子集団[4]、人工原子[5]など様々なものがある。その中で我々の研究室では、中性原子でありながら原子間に大きな相互作用を生じさせられるリユードベリ励起状態を用いて光子の単一性を確保するとともに、非対称光共振器を用いて単一空間モードに光子を放出させることで、オンデマンドな単一光子の発生を目指している。リユードベリ原子は巨大な双極子モーメントを持つため、近傍の原子に摂動を加えることで、他の原子のリユードベリ状態への励起を阻害する(リユードベリブロッケイド)。この現象を利用して、リユードベリ状態に励起される原子の個数を一個に制限することができる。このようにして励起された単一の原子を脱励起させることで、単一の光子を発生させることができる。励起される原子が一個に制限される領域の半径はブロッケイド半径とよばれ、単一光子を発生させるためには、その半径内に原子集団をトラップする必要がある。リユードベリ原子を用いることによって励起される原子数を制限できるため、高いレートでの単一光子発生が期待できる[6, 7]。

### 1.2 研究の目的

我々の研究室では、上述の通り、共振器中の原子集団を利用した単一光子の発生を目指している。このとき、光共振器モード中に原子を捕捉することが必要となる。そこで、磁気光学トラップ(magneto-optical trap, MOT)を用いて原子を冷却するとともに、光共振器モードと重なるように捕捉する。MOTでは、原子をトラップするために、反ヘルムホルツコイルによる不均一磁場中で三次元的にドップラー冷却を行う。この時、磁場はコイルの中心で0であり、中心から離れるに従って大きくなる。この磁場によるゼーマンシフトで原子の共鳴周波数が中心から離れるに従って大き

くなることを利用して原子をトラップすることができる。原理的には、四重極磁場が0になるコイルの中心に原子がトラップされるはずだが、実際には、地磁気や周りの装置が発生させる磁場の影響を受けたり、重力によってトラップ位置が少し下がったりして、コイルの中心からずれた位置に原子がトラップされてしまう。単一光子を発生させるためには、原子が光共振器中にトラップされることが必要であるため、MOTの位置を制御するために補正磁場をかける必要がある。本研究ではそのためのコイルと制御回路を設計した上で作製し、実際にMOTの位置制御を目指す。

## 2. 原子冷却トラップ技術

### 2.1 ドップラー冷却

本節では磁気光学トラップにおいて原子の冷却を担うドップラー冷却について説明する。

説明の便宜上、原子の運動とレーザー光の伝搬を一次元上で考える。図2.1のようにx軸をとり、原子に対してレーザー光をx軸の正方向と負方向からそれぞれ入射する場合を考える。これら二本のレーザー光を入射することで、不規則に運動している原子であっても、必ずどちらかのレーザー光に対向して運動している状態をつくること



図 2.1 レーザー光と原子の位置関係

このとき、レーザー光の角周波数は原子の共鳴角周波数 $\omega_A$ よりわずかに低い角周波数 $\omega_L$ とする。これは、ドップラー効果を利用して、選択的に対向する光を原子に吸収させるためである。原子がx軸正方向に速度 $v$ で動いているとすると、負方向に伝搬するレーザー光によって原子が感じる角周波数は、ドップラー効果により、実際のレーザー光の角周波数より高い角周波数 $\omega = (1 + v/c)\omega_L$ となる。レーザー光の角周波数は $\omega_A$ より低いため、原子が感じる角周波数 $\omega$ は原子の共鳴角周波数 $\omega_A$ に近づき、吸収レートが向上する。一方、正方向に伝搬するレーザー光によって原子が感じる角周波数は $\omega = (1 - v/c)\omega_L$ となるため、 $\omega_A$ からの離調は大きくなり吸収レートは低下する。つまり、近似的には、原子に対向するレーザー光のみを吸収する状況をつくること

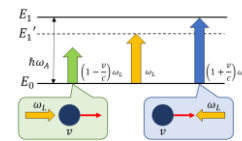


図 2.2 ドップラー冷却において原子が感じる吸収周波数  
原子がレーザー光から光子を吸収すると、原子は励起された後、同じ周波数の光子をランダムな方

向に自然放出する。この吸収と放出を繰り返すたびに、 $x$ 軸方向に正味の運動量変化 $\Delta p_x$ が生じる。

$$\Delta p_x = -\frac{h}{\lambda} \quad (2.1)$$

これは、光子の運動量が $h/\lambda$ であり、吸収過程と放出過程において運動量保存則が成り立つためである。吸収過程においては、上述したように、原子に対向するレーザー光のみが吸収されるので、 $-x$ の方向に運動量が増える。これに対して、放出過程では、光子はランダムな方向に放出されるので、自然放出後の反跳は平均してゼロになる。

式(2.1)は吸収・放出サイクルを繰り返すことにより $-x$ 方向に正味の力が生じることを意味する。ここで、離調 $\delta = \omega_A - \omega_L$ とし、強度 $I$ のレーザー光と原子との相互作用を考える。摩擦力 $F_x$ は吸収・放出サイクルあたりの運動量変化とサイクルの正味レートとの積に等しい。光子の波数ベクトル $k = 2\pi/\lambda$ 、正味の吸収レートを $R(I, \Delta)$ とすると

$$F_x = -\hbar k \times R(I, \Delta) \quad (2.2)$$

と表わされる。ここで $R(I, \Delta)$ は

$$R(I, \Delta) = \frac{\gamma}{2} \frac{I/I_s}{1 + I/I_s + [2(\Delta + kv_x)/\gamma]^2} \quad (2.3)$$

で与えられる。放射寿命を $\tau$ とすると、 $\gamma \equiv 1/\tau$ は角周波数単位での自然幅であり、 $I_s$ は遷移の飽和強度である。 $|kv_x| \ll \Delta$ と $|kv_x| \ll \gamma$ が成り立つ低温極限では次式のように力が与えられる。

$$F_x(I, \Delta) = \frac{8\hbar k^2 \Delta}{\gamma} \frac{I/I_s}{[1 + I/I_s + (2\Delta/\gamma)^2]^2} v_x \quad (2.4)$$

(2.4)式を

$$F_x = -\alpha v_x \quad (2.5)$$

$$\alpha = -\frac{8\hbar k^2 \Delta}{\gamma} \frac{I/I_s}{[1 + I/I_s + (2\Delta/\gamma)^2]^2} \quad (2.6)$$

と表わすと、原子の速度 $v_x$ と逆方向に減衰定数 $\alpha$ の摩擦力が働くことがわかる[8]。

## 2.2 Zeeman 効果

本節では、MOT において、原子に復元力を与える上で欠かせない、原子の磁場による Zeeman 効果について説明する。全角運動量 $J = L + S$ ( $L$ は軌道角運動量、 $S$ はスピン角運動量)をもつ原子の $2J + 1$ 個の磁気副準位は、磁場がかかっていない状態では縮退しているが、磁場をかけることでその縮退が解ける。

$z$ 軸方向にかけた磁場 $\mathbf{B} = B_z \hat{z}$ 中の原子のエネルギーシフトは

$$\Delta E = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B} = -\mu_z B_z \quad (2.8)$$

で表される。ここで $\boldsymbol{\mu}$ は原子の磁気双極子モーメントであり、 $\mu_z$ はその $z$ 成分である。 $\mu_z$ は

$$\mu_z = -g_j \mu_B M_j \quad (2.9)$$

で与えられる。 $\mu_B$ はボーア磁子、 $g_j$ はLandéの $g$ 因子

$$g_j = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (2.10)$$

である。したがって(2.8)式は

$$\Delta E = g_j \mu_B B_z M_j \quad (2.11)$$

と表わされる。これより、縮退が解けた磁気副準位間の間隔は磁場に比例して増加することがわかる[1]。

## 2.3 磁気光学トラップ(Magneto-Optical Trap, MOT)

本節では原子集団を三次元的にトラップするために用いる磁気光学トラップ(MOT)の手法について説明する。MOTでは、レーザー光によるドップラー冷却(2.1節)と四重極磁場による Zeeman 効果(2.2節)で生じる復元力を用いて原子の冷却と捕捉を実現する。

MOTでは、レーザー冷却を三次元的に行うために、三対の対向するレーザー光を互いに直交させて原子に照射することによって原子を減速させる。ただし、これだけでは摩擦力のみしか働かないため、原子集団を捕捉することはできない。そこで四重極磁場による Zeeman 効果を利用する。レーザー光の交点付近が中心となるように反ヘルムホルツコイルを設置し、図 2.4 のような四重極磁場を発生させる。反ヘルムホルツコイルとは、図 2.3 のように直径 $R$ の一对のコイルを間隔 $R$ で置き、逆向きに電流を流したものである[9]。図 2.5 に MOT の概略図を示す。

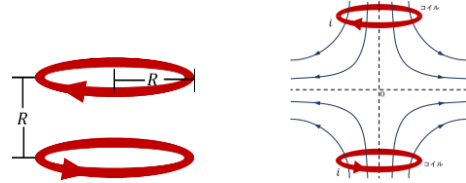


図 2.3 反ヘルムホルツコイルの概略図 図 2.4 反ヘルムホルツコイルのつくる四重極磁場

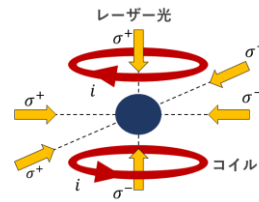


図 2.5 MOT の概略図

四重極磁場は、反ヘルムホルツコイルの中心で 0 であり、2つのコイルの中心付近では、中心からの距離に比例して強くなる。四重極磁場によって原子において Zeeman 効果が引き起こされ、磁気副準位の縮退が解かれる。簡単のため、基底状態が全角運動量 $J = 0$ 、磁気量子数 $M_j = 0$ で、励起状態は $J = 1$ 、 $M_j = -1, 0, 1$ であるとすると。

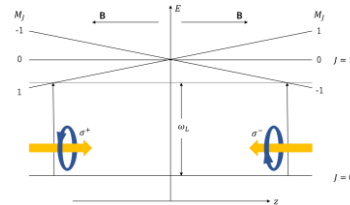


図 2.6 Zeeman 効果円偏光による遷移

ここで図 2.6 のように逆向きの円偏光( $\sigma^+$ と $\sigma^-$ )のレーザー光を対向させて入射させると、選択則により、基底状態の原子が $\sigma^+$ 円偏光を吸収した場合には磁気副準位 $M_j = 1$ の励起状態に、 $\sigma^-$ 円偏光を吸収した場合には磁気副準位 $M_j = -1$ の励起状態にそれぞれ遷移する[10]。

ここで、図 2.6 に示すように原子に共鳴周波数より少し低い周波数の $\sigma^+$ と $\sigma^-$ 円偏光のレーザー光を左右からそれぞれ照射させたときに原子が受ける輻射圧について考える。 $z > 0$ の領域に存在する原子については、レーザー光の周波数は $M_J = -1$ への遷移の共鳴周波数に近いので、原子は右から入射させた $\sigma^-$ 円偏光をより強く吸収し、左向きの大きな輻射圧を受ける。左から入射させた $\sigma^+$ 円偏光のレーザー光を吸収した場合には $M_J = 1$ への遷移が起きるが、この遷移に対するレーザー光の離調が大きいので、右向きの輻射圧は小さい。この時に原子が受ける正味の力は

$$\begin{aligned} F_{MOT} &= F_{scatt}^{\delta^+}(\omega_L - kv - (\omega_A + \beta z)) - F_{scatt}^{\delta^-}(\omega_L + kv - (\omega_A - \beta z)) \\ &\approx 2 \frac{\partial F}{\partial \omega_L} kv + 2 \frac{\partial F}{\partial \omega_A} \beta z \\ &= -\alpha v - \frac{\alpha \beta}{k} z \quad (2.12) \end{aligned}$$

で表される。ここで、パラメータ $\beta$ は

$$\beta = \frac{g \mu_B}{\hbar} \frac{dB}{dz} \quad (2.13)$$

で与えられる。(2.12)式より MOT において摩擦力(第一項)と $z = 0$ への復元力(第二項)が生じていることがわかる[8]。

### 3. MOT 補正磁場コイル

MOT では四重極磁場が 0 となる位置に原子がトラップされるが、地磁気や周辺機器の影響によりトラップしたい位置であるコイルの中心と磁場 0 の位置がずれてしまう。1, 2 でも述べたとおり本研究ではこのずれを補正する磁場を発生させるために補正磁場コイルを作製する。

#### 3.1 ビオサバルの法則による磁場の計算

MOT のトラップ中心の位置のずれの補正は、三対の四角いコイルで行う。

対になったコイルが中心につくる磁場は、八本の直線電流のつくる磁場の総和とみなして計算できる。まず、有限の直線電流のつくる磁場をビオサバルの法則を用いて導出した。

$$H = \frac{1}{4\pi} \int \frac{I d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (3.1)$$

図 3.1 のように $l$ と $\theta$ を取ると、(3.1)式より 1 本の有限直線電流のつくる磁場は

$$H = \frac{I \cos \theta}{2\pi l} \quad (3.2)$$

と求まる。

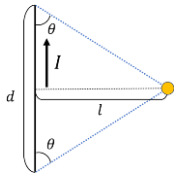


図 3.1 トラップする原子とコイルの距離関係

三対のコイルのそれぞれに対応する面を図 3.2 のように A 面、B 面、C 面と呼ぶことにし、それぞれの面の辺の長さを $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ 、とした。また、対になったコイル同士の距離をそれぞれ $a_3, b_3, c_3$ とした。

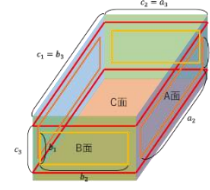


図 3.2 コイルの配置と各辺の長さ

A 面のコイルが中心につくる磁場 $H_{A0}$ を、(3.2)式を用いて計算すると

$$H_{A0} = \frac{4a_1a_2I}{\pi\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}} \left\{ \frac{1}{a_1^2 + a_3^2} + \frac{1}{a_2^2 + a_3^2} \right\} \quad (3.3)$$

となる。

また、A 面の中心軸を $x$ 軸とすると、コイルの中心軸上の磁場 $H_A$ は以下の式で示される。

$$\begin{aligned} H_A &= \frac{2a_1a_2I}{\pi\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + (a_3 - 2x)^2}} \left\{ \frac{1}{a_1^2 + (a_3 - 2x)^2} + \frac{1}{a_2^2 + (a_3 - 2x)^2} \right\} \\ &+ \frac{2a_1a_2I}{\pi\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + (a_3 + 2x)^2}} \left\{ \frac{1}{a_1^2 + (a_3 + 2x)^2} + \frac{1}{a_2^2 + (a_3 + 2x)^2} \right\} \quad (3.4) \end{aligned}$$

同様に B 面の中心軸を $y$ 軸、C 面の中心軸を $z$ 軸とすると磁場 $H_B, H_C$ は以下の式で表される。

$$H_B = \frac{2b_1b_2I}{\pi\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + (b_3 - 2y)^2}} \left\{ \frac{1}{b_1^2 + (b_3 - 2y)^2} + \frac{1}{b_2^2 + (b_3 - 2y)^2} \right\}$$

$$+ \frac{2b_1b_2I}{\pi\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + (b_3 + 2y)^2}} \left\{ \frac{1}{b_1^2 + (b_3 + 2y)^2} + \frac{1}{b_2^2 + (b_3 + 2y)^2} \right\} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} H_C &= \frac{2c_1c_2I}{\pi\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + (c_3 - 2z)^2}} \left\{ \frac{1}{c_1^2 + (c_3 - 2z)^2} + \frac{1}{c_2^2 + (c_3 - 2z)^2} \right\} \\ &+ \frac{2c_1c_2I}{\pi\sqrt{c_1^2 + c_2^2 + (c_3 + 2z)^2}} \left\{ \frac{1}{c_1^2 + (c_3 + 2z)^2} + \frac{1}{c_2^2 + (c_3 + 2z)^2} \right\} \quad (3.6) \end{aligned}$$

#### 3.2 コイルの設計・作製

日本における地磁気約 0.5 G と周辺機器の磁場の影響を考慮すると、最大 1 G 程度の補正磁場を発生させる必要がある。

(3.3)式で表される磁場は、コイルの巻き数が 1 回の時のものである。A 面におけるコイルの巻き数を $n_A$ とし、磁場 1 G を代入して $n_A$ の式について解くと

$$n_A = 250 \times \frac{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}}{4a_1a_2I} \times \frac{1}{\left\{ \frac{1}{a_1^2 + a_3^2} + \frac{1}{a_2^2 + a_3^2} \right\}} \quad (3.7)$$

となる。この式に、既存の原子冷却系の大きさに基づいて決定した各辺の長さとし、流せる最大電流の大きさ 500 mA を代入し、コイルの巻き数を決定した。B 面におけるコイルの巻き数を $n_B$ 、C 面におけるコイルの巻き数を $n_C$ として A 面と同様に計算した結果、コイルの巻き数は表 3.1 のようになった。コイルの作製には 10 芯及び 20 芯のフラットケーブルを用いたため、実際のコイルの巻き数は表 3.2 のようになった。求めた巻き数のフラットケーブルをフレームに巻き付け、図 3.3 のような補正磁場用コイルを作製した。

表 3.1 計算値によるコイルの巻き数

$n_A$ (回)	$n_B$ (回)	$n_C$ (回)
98	306	46

表 3.2 設置したコイルの巻き数

$n_A$ (回)	$n_B$ (回)	$n_C$ (回)
100	300	40

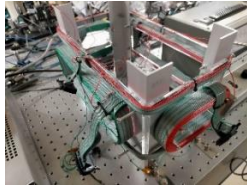


図 3.3 MOT 補正磁場用コイル

### 3.3 磁場の測定

磁場はガウスメーター(LakeShore 421)を用いて、各コイルの中心軸に沿って測定した。図 3.4 のように軸を設定し、それぞれの中心軸上で磁場を測定した。

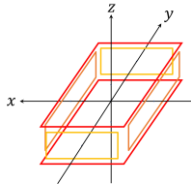


図 3.4 測定の際の軸

測定する際には直流安定化電源(KIKUSUI PMM25-1TR)を用いて、500 mA の電流を流した。測定結果は図 3.5~3.7 のようになった。図の青線は(3.4)~(3.6)式で示した理論曲線で、赤点は測定値である。また、図中の橙色の長方形は設置したコイルのおおよその位置と幅を表す。

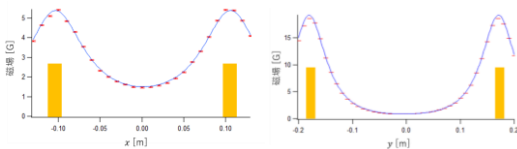


図 3.5 A 面のコイルの測定磁場

図 3.6 B 面のコイルの測定磁場

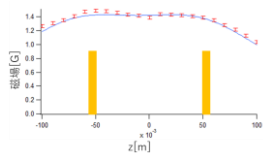


図 3.7 C 面のコイルの測定磁場

図 3.5~3.7 に示したとおり、結果は、概ね理論値と一致した。図 3.5 においてコイル付近での磁場の測定値が理論値を上回っている部分では、コイルの自重によるたるみによってコイルが中心軸に近づき、中心の磁場が強くなっているのではないかと考えられる。図 3.6 においてコイル付近で磁場の測定値が理論値を下回っている部分では、コイルの巻き数が多いことによってコイルがふくらみ、中心軸上の磁場が弱くなっていると考えられる。ここで、B 面も A 面と同じようにたるみも影響していると思われるが、B 面は A 面よりもコイルと中心軸の距離が近いので、たるみの影響よりもふくらみの影響の方が大きいと思われる。図 3.7 にお

いて、 $z < 0$  の範囲で磁場の測定値が理論値を上回り、 $z > 0$  の範囲で磁場の測定値が理論値を下回るのは定盤の磁場の影響を受けているからだと考えられる。

### 4. 制御回路

ここまでで、必要な磁場を発生させられるコイルが完成したので、次にコイルに流す電流を制御するための回路を設計した。ここで扱う回路はプッシュプル回路と呼ばれる回路で、トランジスタを二段で接続して構成した回路であり、電流を流れ出させる(プッシュ)機能と電流を引き込む(プル)機能を併せ持つ。図 4.1 に本実験で設計した MOSFET を用いた回路図を示す。また、図 4.2 は実際に作製した回路である。

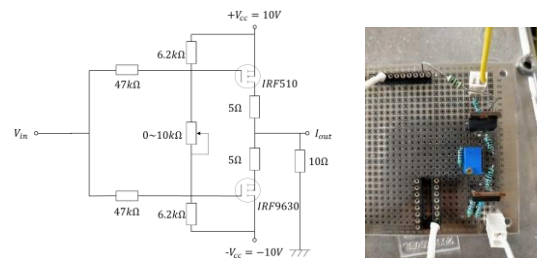


図 4.1 作製したプッシュプル回路 図 4.2 作製した制御回路

### 5. まとめと今後の展望

本研究では単一光子源の開発に向けて MOT の中心磁場を制御するための補正磁場発生機構の作製と評価を行った。補正磁場発生用のコイルを設計・作製した結果、理論値と概ね一致する磁場を発生させることができ、MOT の磁場を補正するという目的に近づくことができた。一方、制御回路は設計・作製段階までは行ったものの、電流電圧特性を評価するまでには至らなかった。今後の展望としては、作製した制御回路の特性評価を行った後、オペアンプを用いた安定化回路を組み込むことで、安定した定電流を流すことができるプッシュプル回路を作製する。さらに、完成した制御回路をコイルにつなぎ、磁場の制御が行えることを確認した後、既存の原子冷却系の周囲に補正磁場発生機構を設置し、補正磁場をかけて MOT の制御を試みる。その後、トラップした原子集団を用いて、単一光子源の実現を目指す。

### 参考文献

- [1] M. Fox, 量子光学(木村達也訳), 丸善出版(2012), 第 11 章 第 12 章.
- [2] 加古敏, and 荒川泰彦, "200K にて動作する量子ドット単一光子源." 光学 37.8 (2008): 469-471.
- [3] 早坂和弘, "3-6 冷却イオン-光子による量子ネットワーク." 情報通信研究機構研究報告 52.3 (2006): 87-96.
- [4] 蔡兆申, "超伝導人工原子を組み込んだ新量子光学デバイスを開発". 理化学研究所, 2010. [https://www.riken.jp/press/2010/20100510\\_2/index.html](https://www.riken.jp/press/2010/20100510_2/index.html), (参照 2021-01-30)
- [5] 山崎直樹, et al. "少数光子非線形効果の観測に向けた光共振器安定化光源の開発." 日本物理学会講演概要集 74.1. 一般社団法人 日本物理学会, 2019.
- [6] 櫻井明彦, 単一光子発生に向けた<sup>85</sup>Rb 原子の Rydberg 励起, 2018 年度修士論文.
- [7] 高山泰征, 少数光子非線形光学効果観測に向けた冷却原子集団の作製, 2020 年度修士論文.
- [8] C. J. Foot, Atomic Physics, PAPERBACKSHOP UK IMPORT, Chapter.9 (2005).
- [9] 久我隆弘, レーザー冷却とボーズ凝縮, 岩波書店(2002), 第 2 章 第 3 章.
- [10] 岡田瑛理, Rb 原子気体の高速 BEC 生成に向けたレーザー冷却実験, 2020 年度卒業論文.