

空間光変調器を用いて生成した  
非点収差を持つラゲールガウスビームの改良

学籍番号：1933106 林道明

主任指導教員：宮本洋子 指導教員：渡邊恵理子

## 1 目的・背景

本研究では、空間光変調器(spatial light modulator ; SLM)を用いて非点収差を持つラゲールガウス(LG)ビームを発生させ、位相特異点の反転の制御を行うことを目的とする。LG ビームはドーナツ状の強度分布と中心に特異点のある位相分布を持つ光ビームである。非点収差を持つ LG ビームが水平もしくは鉛直の一方方向のビームウェストを通過するとき、その位置の近傍で位相特異点の反転現象が生じる。非点収差の曲率半径を調節することで反転位置を観察位置の前後の任意の位置に設定することができる。

先行研究[1]において、回転シア干渉計を用いたビームの軌道角運動量の測定方法が実験を通して明らかになった。非点収差を持つビームは複雑な軌道角運動量密度分布を持つため、測定対象として適している。ビームの生成に SLM を用いることで、本来特徴の異なるビームを生成する際に必要な光学系の操作を最小限に留めることができる。ビームの生成には、MATLAB を用いて作成した計算機ホログラム(Computer Generated Hologram ; CGH)を用いる。CGH の設計を変更することで、純粋な LG ビームとは異なるビームを発生させることができる。

## 2 原理

### 2.1 ホログラムの変調形式

参考文献[2]で述べられている、目的の複素振幅を得るための符号化条件および2種類の方式により LG ビームの振幅分布と位相分布を実現するホログラムについて示す。目的とする複素振幅分布は、振幅 $a(x, y)$ および位相 $\phi(x, y)$ を用いて

$$s(x, y) = a(x, y)\exp[i\phi(x, y)] \quad (1)$$

と表せる。これを実現する CGH による位相変調を $\psi(\phi, a)$ とする。CGH の振幅透過率は

$$h(x, y) = \exp[i\psi(\phi, a)] \quad (2)$$

である。 $h(x, y)$ を $\phi$ についてフーリエ級数展開したものを

$$h(x, y) = \sum_{q=-\infty}^{\infty} h_q(x, y) \quad (3)$$

とする。ここで

$$h_q(x, y) = c_q^a \exp(iq\phi) \quad (4)$$

$$c_q^a = (2\pi)^{-1} \int_{-\pi}^{\pi} \exp[i\psi(\phi, a)] \exp(-iq\phi) d\phi \quad (5)$$

である。ここで $q = 1$ のとき

$$c_1^a = Aa \quad (6)$$

とすると、 $q = 1$ の成分が目的の複素振幅分布となる。これを符号化条件と呼ぶ。

(6)式を満たすための必要十分条件は(5)式から

$$\int_{-\pi}^{\pi} \sin[\psi(\phi, a) - \phi] d\phi = 0 \quad (7)$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \cos[\psi(\phi, a) - \phi] d\phi = 2\pi Aa \quad (8)$$

となることが分かる。(7),(8)式は位相CGHを決定するための条件となっている。

Type 1 の CGH は(9)式の位相変調を行うものである。

$$\psi(\phi, a) = f(a)\phi \quad (9)$$

このとき $h(x, y)$ のフーリエ級数の係数は

$$c_q^a = \text{sinc}[q - f(a)] \quad (10)$$

ここで、 $\text{sinc}(\xi) \equiv (\pi\xi)^{-1}\sin(\pi\xi)$ の関係から $f(a)$ を求めると

$$\text{sinc}[1 - f(a)] = a \quad (11)$$

となる。このとき $A = 1$ で符号化条件の(6)式は満たされる。

Type 3 の CGH は(12)式の位相変調を行うものである。

$$\psi(\phi, a) = f(a) \sin(\phi) \quad (12)$$

このとき $h(x, y)$ のフーリエ級数の係数は第一種ベッセル関数 $J_q$ を用いて

$$c_q^a = J_q[f(a)] \quad (13)$$

となり、符号化条件は

$$J_1[f(a)] = Aa \quad (14)$$

となる。従って $J_1$ の逆関数を $J_1^{-1}$ とすると

$$f(a) \equiv J_1^{-1}(Aa) \quad (15)$$

と定義すればよい。この時 $0 \leq a \leq 1$ に対して $f(a)$ を定義するためには $A \leq 0.5819$ とする必要がある。

## 2.2 非点収差

動径方向および方位角方向のモード指数がそれぞれ0, 1の $LG_0^1$ ビームに $z = 0$ で非点収差を導入する。円筒座標系 $(\rho, \varphi, z)$ を用いると複素振幅は(16)式となる。

$$u(x, y, z = 0) = \frac{1}{w_0} \sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

$$\begin{aligned} & \times \exp\left\{-x^2\left(\frac{1}{w_0^2} - \frac{ik}{2R_x}\right)\right\} \\ & \times \exp\left\{-y^2\left(\frac{1}{w_0^2} - \frac{ik}{2R_y}\right)\right\} \\ & \times \exp\left[-\frac{1}{2}i \tan^{-1}\left(\frac{2(z - z_{0x})}{kw_0^2}\right)\right] \\ & \times \exp\left[-\frac{1}{2}i \tan^{-1}\left(\frac{2(z - z_{0y})}{kw_0^2}\right)\right] \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 $w_0$ は $z = 0$ でのビーム径、 $R_x$ と $R_y$ はそれぞれ $x$ 方向と $y$ 方向の波面の曲率半径、 $z_{0x}$ と $z_{0y}$ はそれぞれ $x$ 方向と $y$ 方向でビーム径が最小となる位置を表す。導入した非点収差は位相変調

$\exp\left[\frac{ik}{2}\left(\frac{1}{R_y} - \frac{1}{R_x}\right)y^2\right]$ である。この位相変調

をホログラムで付与することで非点収差を持つビームを実現する。

## 3 SLM の表示倍率測定実験

CGHをSLMの液晶部に表示する際に、設計に比べどの程度の倍率で表示されるかを調査するため、自分で設定したホログラムピッチと測定した強度分布から計算して得られたホログラムピッチを比較した。本研究ではPCのディスプレイを第一画面、SLMを第二画面として接続している。それぞれの設定を表1, 2に示す。

表 1. 第一画面の設定

ディスプレイ	Internal LCD
解像度	1280 × 800
向き	横
複数のディスプレイ	表示画面を拡張する

表 2. 第二画面の設定

ディスプレイ	ディスプレイデバイス の場所：HDMI
解像度	800 × 600
向き	横
複数のディスプレイ	表示画面を拡張する
ディスプレイ	デジタルディスプレイ
リフレッシュレート	85Hz
回転	標準表示にする
スケーリング	ディスプレイ・スケーリングを保持する

ホログラムピッチ  $30\ \mu\text{m} \sim 270\ \mu\text{m}$  を想定した位相変調パターンを SLM 制御ソフトウェア LcosControl を用いて SLM に表示した。SLM から出射した光は平凸レンズ ( $f = 400\ \text{mm}$ ) を用いてフーリエ変換し、レンズの焦点位置に設置した CCD カメラに入射した。CCD カメラ上で強度分布を観察し、0 次回折光と 1 次回折光間距離から SLM 上で表示されているホログラムピッチを計算した。CCD カメラ上の 0 次回折光と 1 次回折光間の距離を  $X$ 、レンズからカメラまでの距離を  $Y$ 、光源波長を  $\lambda$  とすると、SLM 上で表示されているホログラムピッチ  $\Lambda$  は

$$\Lambda = \frac{\lambda}{\sin\left(\tan^{-1}\frac{X}{Y}\right)} \quad (17)$$

で求めることができる。

図 1,2 に観察した強度分布を示す。また、図 3 に(17)式によって求めた想定と実測のホログラムピッチの関係グラフを示す。



図 1. 想定ホログラムピッチ  $90\ \mu\text{m}$  の CGH を用いた際の強度分布



図 2. 想定ホログラムピッチ  $240\ \mu\text{m}$  の CGH を用いた際の強度分布

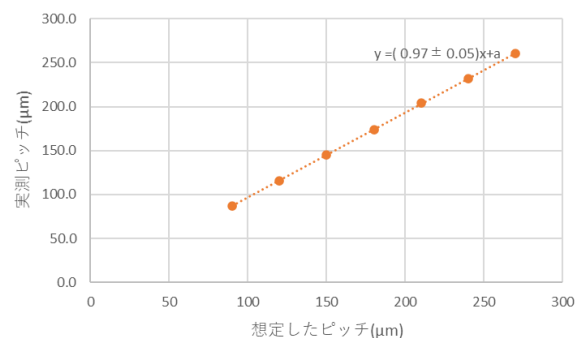


図 3. 想定ピッチと実測ピッチの関係  
図 3 の結果より、本研究における PC と SLM の接続条件では、CGH 画像の 1 ピクセルが SLM 上では  $0.97 \pm 0.05$  ピクセルで表示されることが分かった。表示倍

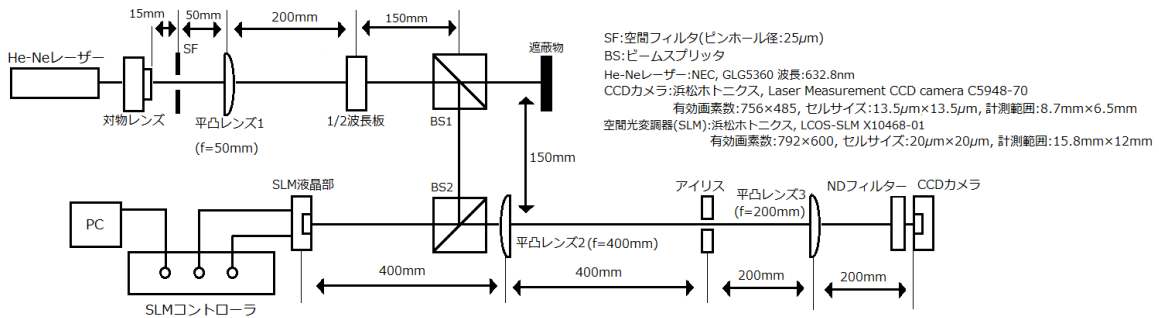


図 4. LG ビームの生成実験に用いた光学系

率が丁度 1 倍ではない場合、想定と実測のホログラムピッチの間にずれが生じ、CGH を用いた全ての実験に影響が及ぶこととなる。

#### 4 LG ビームの生成実験

2.1 節で示した 2 種類の位相変調形式で LG ビームを生成する CGH を作成し、それぞれの結果を比較した。図 4 に共通して用いた光学系を示す。

##### 4.1 Type 1 形式の CGH を用いた実験

図 5 に使用した CGH を示す。

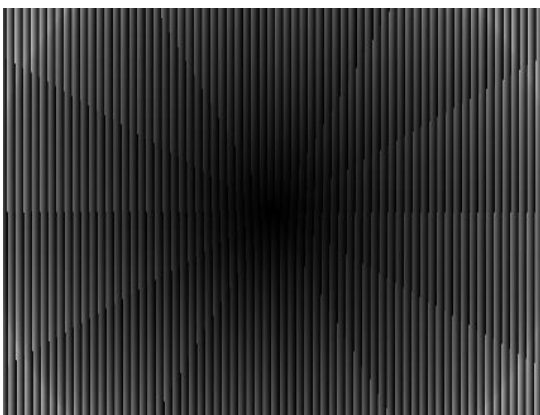


図 5. Type 1 の CGH

CGH の解像度は SLM 液晶部の有効画素数の設計に合わせて 792 × 600、1 画素の大きさを 20μm、ホログラムピッチを 240μm、輝度値範囲を 0~186 とした。LcosControl に登録した CGH を SLM に

表示し、CCD カメラで SLM 液晶部の縮小像ができる位置での強度分布の観察を行った。図 6 に観察結果を示す。

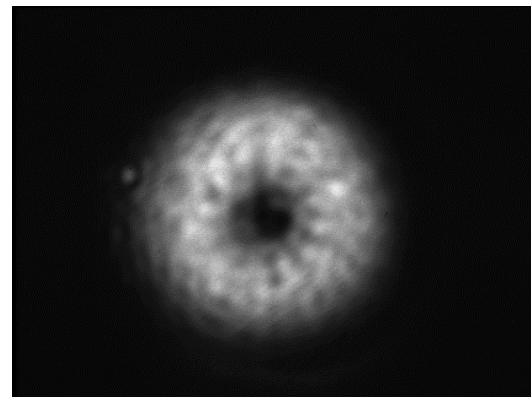


図 6. SLM 液晶部の縮小像ができる位置での強度分布

図 6 から、中心に穴の開いた強度分布を持つ、LG ビームの特徴を確認した。しかし、強度分布には設計上は存在しない細かい変調があった。

##### 4.2 Type 3 形式の CGH を用いた実験

図 7 に使用した CGH を示す。CGH のパラメタや実験方法は Type 1 形式の場合と同様である。図 8 に SLM 液晶部の縮小像ができる位置での強度分布の観察結果を示す。図 8 と Type 1 形式の CGH を用いた結果の図 6 と比較するとドーナツ状部分の強度のムラの程度が大

きいことがわかる。LG ビームの生成実験全体の検討事項として、光学系アライメント、変調形式、表示倍率の影響が挙げられる。

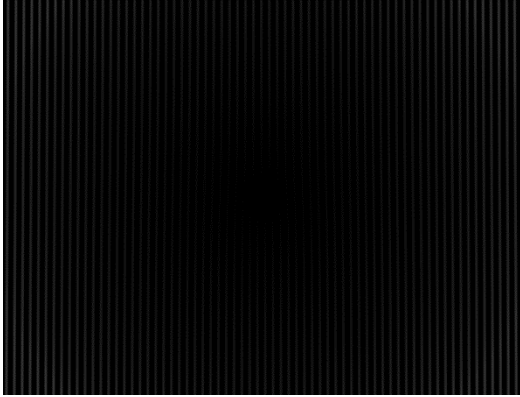


図 7. Type 3 の CGH

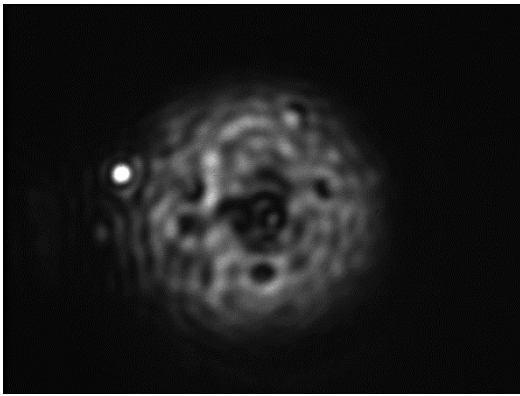


図 8. SLM 液晶部の縮小像ができる位置での強度分布

## 5 非点収差を持つ LG ビームの生成実験

本研究では非点収差を持つ LG ビーム

の生成を、1.円筒面レンズを用いる方法、2.CGH を用いる方法、3.円筒面レンズと CGH を併用する方法の 3 種類の方法で行った。また、加える非点収差は  $y$  方向(鉛直方向)のみに集光し、 $x$ 方向(水平方向)には集光せずに伝搬するような設計とした。実験に用いた光学系を図 9 に示す。円筒面レンズを用いる方法では、レンズを SLM 液晶部の縮小像ができる位置に設置した。2.の方法で使用した CGH は 1.における円筒面レンズの焦点位置と同様の場所で集光するように CGH での  $y$  方向の曲率半径  $R_y$  を設計した。1.と 2.では CCD カメラを移動させながら伝搬中のビームの強度分布の変化を観察した。図 10,11 に結果を示す。図 10,11 から、設計通りの位置でビームが集光しつつ、それ以外の場所では中心に穴のある強度分布を持つビームが確認できた。また、非点収差のない LG ビームと同様に、強度分布には設計上は存在しない細かい変調があった。

円筒面レンズと CGH を併用して非点収差を加える 3.の方法では、円筒面レンズの焦点距離の前後で集光位置が変わるように  $R_y$  の設計を変えた複数の CGH を用意し、それぞれを切り替えながらカメ

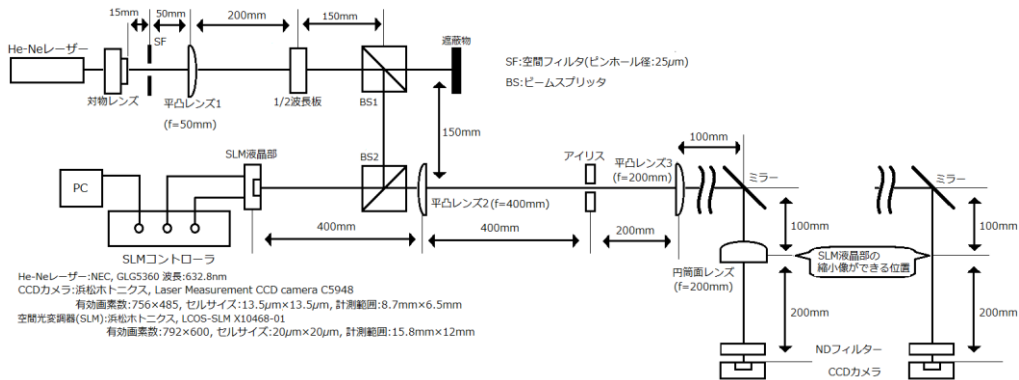


図 9. 非点収差を持つ LG ビームの生成実験に用いた光学

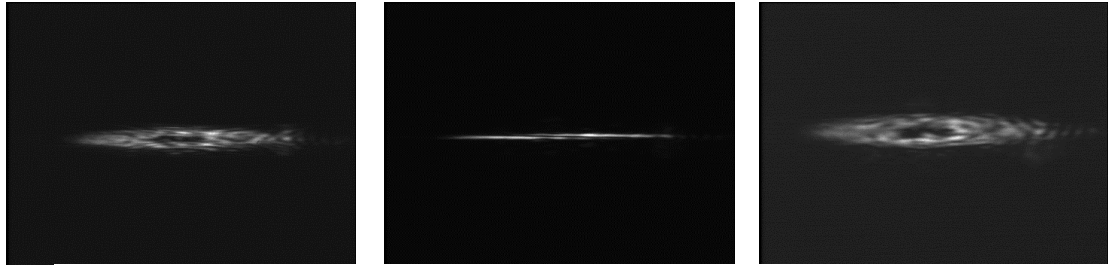


図 10. 円筒面レンズを用いて生成した非点収差を持つ LG ビームの強度分布  
(左：集光位置 10mm 前、中：集光位置、右：集光位置 10mm 後)

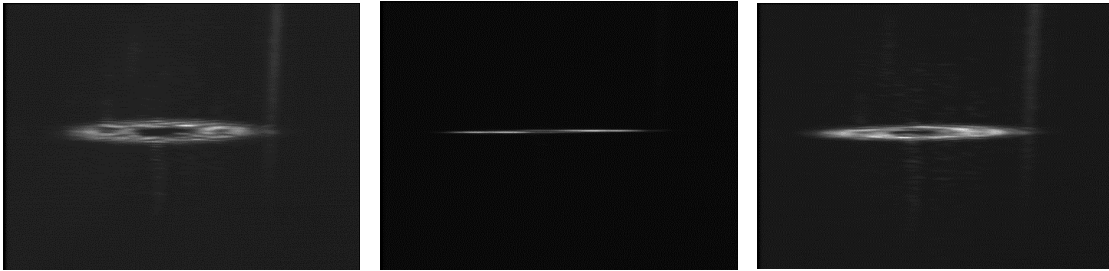


図 11. CGH を用いて生成した非点収差を持つ LG ビームの強度分布  
(左：集光位置 10mm 前、中：集光位置、右：集光位置 10mm 後)

ラ位置を固定して観察を行った。

表 3.  $R_y$  の設計を変えた複数の CGH

実験番号	$R_y$ (mm)	合成焦点距離
CGH1	-16800	210
CGH2	-32800	205
CGH3	$\infty$	200
CGH4	31200	195
CGH5	15200	190

$y$ 方向のビーム径が円筒面レンズと CGH をそれぞれ単独で用いた場合と比較すると小さいという結果が得られたため、原因を調査中である。

## 6 結論

SLM を用いて LG ビームの生成を行った。強度分布には設計にはない細かい強度変調が存在した。3 種類の方法で非点収差を持つ LG ビームの生成を行い、位相特異点の反転現象が起きる位置の前後で観察を行った。

## 参考文献

- [1] 伊波 雅生, 「光ビームの軌道角運動量密度分布の測定」電気通信大学修士論文, (2020).
- [2] A. Arrizón, et al., J. Opt. Soc. Am. A **24**, 3500 (2007).