

# FPGA を用いたレーザーの強度安定化

先進理工学科 武者研究室 石井智之

## 1. 研究背景・目的

重力波とは巨大な質量変化によって生じる場の歪みが横波として伝播する現象である。重力波を観測する方法として日本では宇宙重力波望遠鏡「DECIGO」の開発が進められている。本研究では 200kHz でノイズ除去によってレーザーの強度安定化を目指した。200kHz でノイズ除去を行う理由としてはロックイン検出において 200kHz に変調を行うためである。200kHz に変調をただけではノイズが残っており、信号のみを取り出すことは出来ない。200kHz においてノイズを下げることによって周波数弁別曲線の SN 比を向上させ、ヨウ素安定化レーザーの周波数安定度を高めることができる。本研究では FPGA(Field Programmable Gate Arrays)による制御を行なった。デジタル回路では特定成分のノイズを落とす急峻なフィルタを作ることができるため、十分な雑音抑圧利得を得ることができるためである。

## 2. 原理

### 2.1 ウィナーフィルタ [1],[2]

未知の元信号 $X(\omega)$ にフィルタ $H(\omega)$ がかかり、ノイズ $N(\omega)$ が加わった信号 $Y(\omega)$ が得られた場合を考える。

$$Y(\omega) = H(\omega)X(\omega) + N(\omega) \quad (2.1)$$

仮にフィルタ $H(\omega)$ とノイズ $N(\omega)$ の特性が判明しているとき、得られた信号 $Y(\omega)$ から元信号 $X(\omega)$ が復元できる。ノイズが定常であり信号と相関がない場合、信号にフィルタをかけると復元誤差を最小にすることができる。このフィルタのことをウィナーフィルタ (Wiener filter) という。本研究ではこのフィルタを用いた。ウィナーフィルタの概要図を示す。

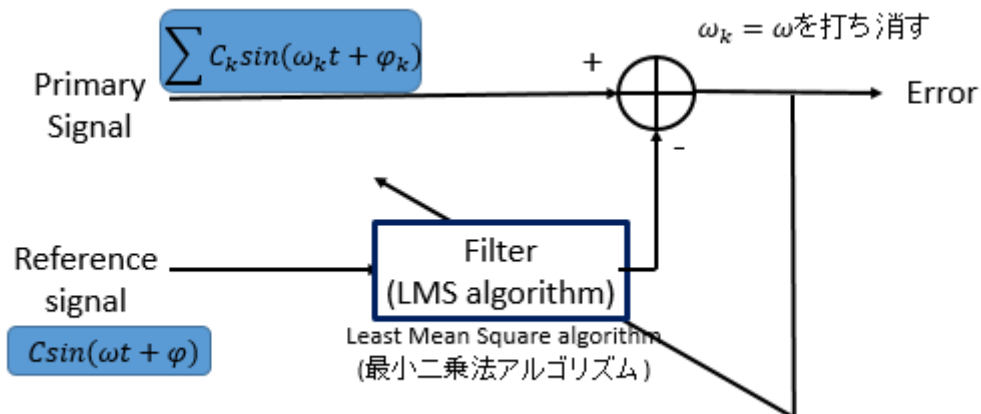


図 2.1 ウィナーフィルタ概要図

ここで信号成分を $\sum C_k \sin(\omega_k t + \varphi_k)$ 、参照信号を $C \sin(\omega t + \varphi)$ として表す。元信号から参照

信号を引くことによって $\omega_k = \omega$ である成分のみを打ち消すことができる。しかし、振幅の違いや位相差があるため特定成分のみを打ち消すためにはフィードバックをかける必要がある。フィードバックをかけ誤差を最小にしていくフィルタには最小二乗法アルゴリズム (Least Mean Square algorithm) と呼ばれるアルゴリズムが用いられる。以下にウィナーフィルタの構造を示す。

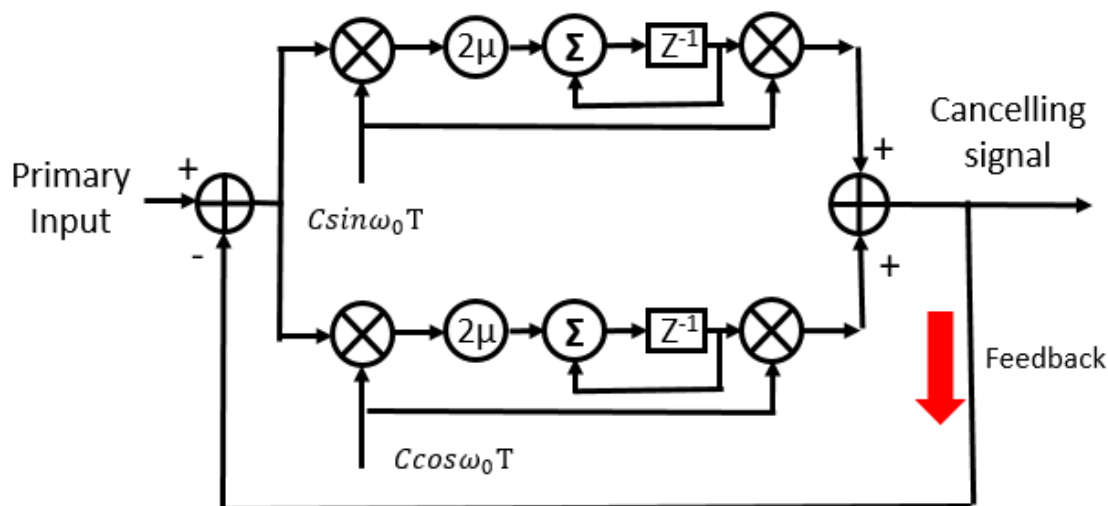


図 2.2 ウィナーフィルタの構造

ここで元信号を $C' \sin(\omega t + \phi) = A \sin \omega_0 t + B \cos \omega_0 t$ とする。2つに分けられた信号は参照信号を掛け合わされる。 $\sin, \cos$ 成分をそれぞれ掛け合わせるによって同相成分、位相成分をそれぞれ得ることができる。参照信号を掛け合わされた後、係数 $2\mu$ を掛けて積分を行う。積分された値に再度、参照信号を掛け合わせる。これによって $\sin, \cos$ 成分を取り出すことができる。その値を足し合わせ、出力された信号を $a \sin \omega_0 t + b \cos \omega_0 t = C'' \sin(\omega t + \phi')$ とする。このフィルタにおけるフィードバックをしない場合の伝達関数 $G(z)$ は

$$G(z) = \frac{2\mu C^2 (z \cos(2\pi\omega_0\Omega^{-1}) - 1)}{z^2 - 2z \cos(2\pi\omega_0\Omega^{-1}) + 1} \quad (2.2)$$

として表される。このとき、 $\Omega = \frac{2\pi}{T}$ である。フィードバックをした場合の伝達関数 $H(z)$ は

$$H(z) = \frac{z^2 - 2z \cos(2\pi\omega_0\Omega^{-1}) + 1}{z^2 - 2(1 - \mu C^2)z \cos(2\pi\omega_0\Omega^{-1}) + 1 - 2\mu C^2} \quad (2.3)$$

として表される。この伝達関数について $z = \exp(\pm i2\pi\omega_0\Omega^{-1})$ として周波数特性を見ると、 $\omega_0$ において $H(z) = 0$ となる特性を示す。これはウィナーフィルタがノッチフィルタとして働くということを意味している。また、Q値は $\mu C^2 \frac{\Omega}{\pi}$ である。

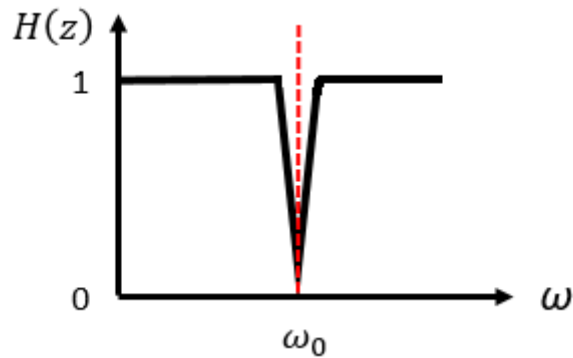


図 2.3 伝達関数 $H(z)$ 周波数特性

### 3.FPGA における設計[2],[3]

FPGA ボードとして Red Pitaya 社製 STEMLab125-14 を使用した。プログラムの書き込み、コンパイルには Xilinx 社製 Vivado を用いた。今回のソースプログラムにはハードウェア言語として VHDL を使用した。本システムではウィナーフィルタを用いた信号処理により自動安定化を行う。作成した自動安定化システムの概要図を以下に記載する。

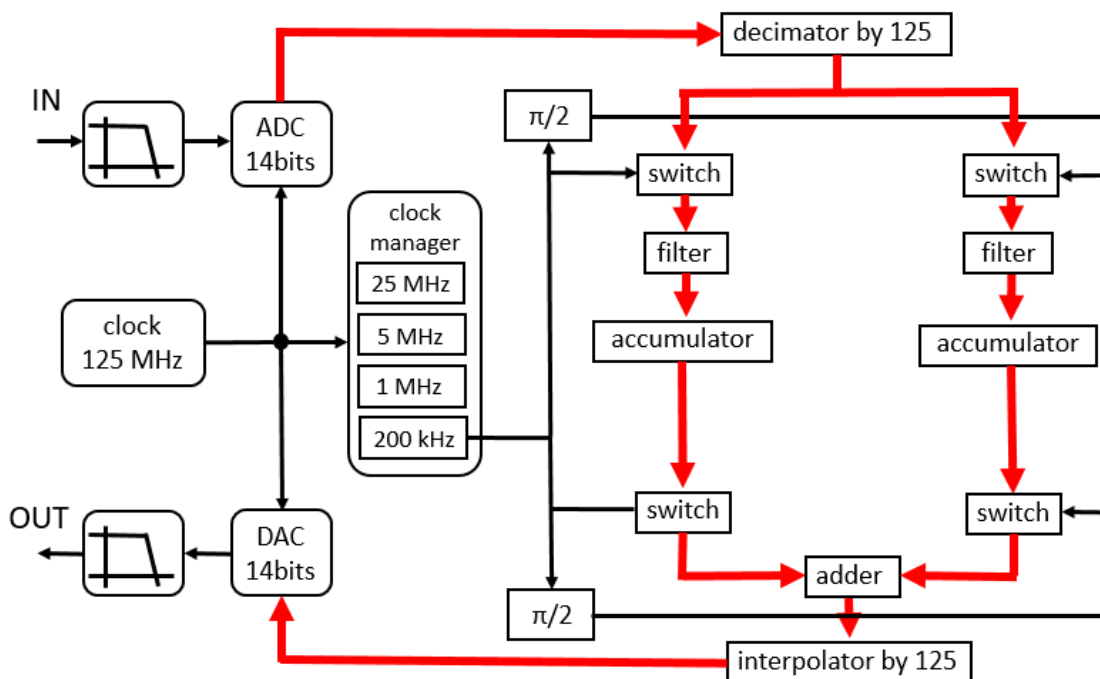


図 3 デジタル信号処理システムの概要図

### 4.結果

設計したコードにおいてシミュレーションを行なった。シミュレーションを行なった目的としては、設計したコードにおいてフィードバックが機能しているのかどうか、キャンセルリング信号が出力されるのかを確認するためである。このシミュレーションにおいて信号にノイズは混入していないため、原理に従えばキャンセルリング信号は 0 となる。以下に

Vivado を用いて出力したシミュレーション結果を示す。signal\_in は signal1 と signal2 の合成波である。

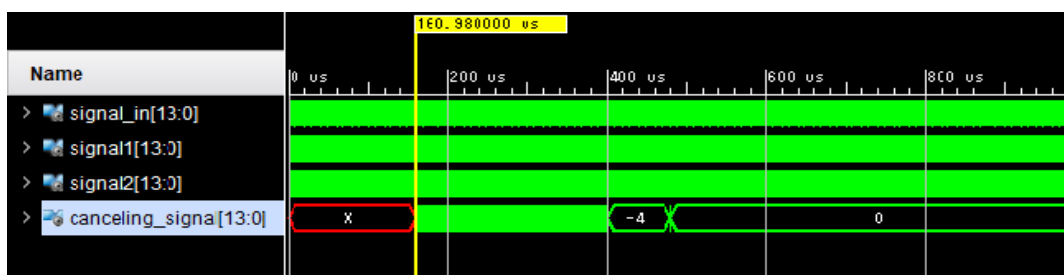


図 4 シミュレーション結果

入力信号が流れてからキャンセル信号が発生するまでに遅延が発生している。これは FIR フィルタ内部に遅延時間を持たせているためである。ここで設計したコードによってキャンセル信号が出力されていることが確認できた。入力信号が流れてから480 $\mu$ sで原理通りキャンセル信号が 0 となった。このことから設計したコードが原理に従って動作していることが分かる。

## 5.今後の課題

FPGA 実機にファイルをダウンロードさせ動作確認を行う。

光学系を組み、実際にノイズ除去・レーザーの安定化ができるのか実験を行っていく。

## 参考文献

- [1] Saeed V. Vaseghi. “Advanced Digital Signal Processing”, Wiley (2008)
- [2] F du Burck, G Tetchewo, A N Goncharov and O Lopez. ” Narrow band noise rejection technique for laser frequency and length standards: application to frequency stabilization to I2 lines near dissociation limit at 501.7 nm” Metrologia 46 (2009):599-606
- [3] B. Widrow, J.R. Glover, J.M. McCool, J. Kaunitz, C.S. Williams, R.H. Hearn, J.R. Zeidler, Jr. Eugene Dong and R.C. Goodlin. “Adaptive noise cancelling: Principles and applications” Proceedings of the IEEE 63.12(1975): 1692-1716