

ラゲールガウスビームの発生と光ピンセットへの応用

量子・物質工学専攻 清水研究室 梶井徳朗

平成 19 年 3 月 3 日

1 背景と目的

1970 年 A. Ashkin らはレーザー光を対物レンズで高分子微粒子に対し集光照射することで、微粒子を捕捉・加速することに成功した。

光が物質の境界面で反射・屈折するとき働く放射圧の作用によるもので、捕捉したサブミクロンオーダーの微粒子を操作することができる。物理的なピンセットと違い光ピンセットは捕捉した物質に対して非破壊・非接触で微粒子の操作ができ、集光したレーザー光を用いることで微小領域でのミクロンオーダーの粒子移動が可能である。

光ピンセットの光源として Gauss mode ビームを用いた場合光が粒子に及ぼす力は、ビーム中心に最大強度を持つので粒子を光軸方向に押す力が大きくなってしまふ。しかし中心から離れた位置で最大強度を持つラゲールガウスモードビームであれば粒子を押し込む力が弱くなり、さらに弱い強度のビームでも対象物を捕捉可能となるので光ピンセットの光源としては後者のビームが好ましい。

本研究ではエルミートガウスモードのビームをレンズを組み合わせた光学部品を使い、変換させることでラゲールガウスモードビームを生成している。

生成したラゲールガウスビームで捕らえられた粒子は光から角運動量を受け取り回転運動が生じる。粒子の回転運動の軌道上の強度分布が様でないとき、強度分布の差による力が粒子に働く。粒子の回転運動の観測から光の持つ角運動量の測定を行う際に強度分布の差による力は測定の妨げになる。

そこで強度分布が様となるラゲールガウスモードビームの発生を目的とした。

2 ラゲールガウスモードについて

2.1 エルミートガウスモードとラゲールガウスモード

波動光学において光の電場ベクトルの 1 成分をとりだし、空間座標 x, y, z の関数 $E(x, y, z)$ と書くと $E(x, y, z)$ はヘルムホルツ方程式 (1) 式に従う。

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \quad (\text{ヘルムホルツ方程式}) \quad (1)$$

z 方向を光の伝播方向として直交座標系 x, y, z で方程式 (1) 式を解くと

エルミートガウスモード

$$E_{N-k,k}^{HG}(x, y, z) = C_{nm}^{HG} \frac{1}{\omega} H_n \left(\frac{x\sqrt{2}}{\omega} \right) H_m \left(\frac{y\sqrt{2}}{\omega} \right) \exp \left[-\frac{ik(x^2 + y^2)}{2R_c} \right] \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\omega^2} \right] \exp[-i(n+m+1)\psi] \quad (2)$$

が得られる。

$H_n(\xi)$ はエルミート多項式、 C_{nm}^{HG} は規格化定数である。

円筒座標系 (r, ϕ, z) で (1) 式を解くと

ラゲールガウスモード

$$E_{N-k,k}^{LG}(r, \phi, z) = (-1)^{\min(n,m)} C_{nm}^{LG} \left(\frac{\sqrt{2}r}{\omega} \right)^{n-m} L_{\min(n,m)}^{n-m} \left(\frac{2r^2}{\omega^2} \right) \exp \left[-\frac{ikr^2}{2R_c} \right] \exp \left[-\frac{r^2}{\omega^2} \right] \exp[-i(n-m)\phi] \exp[-(n+m+1)\psi] \quad (3)$$

が得られる。

$L_p^l(\xi)$ はラゲール陪多項式、 C_{nm}^{LG} は規格化定数である。

ただし R_c 、 ω 、 ψ は任意の z における曲率半径・ビーム径・Gouy phase である

2.2 モード分解とモード変換

ラゲールガウスモードをエルミートガウスモードを使うと

$$E_{N-k,k}^{LG}(r, \phi, z) = \sum_{k=0}^N i^k b(n, m, k) E_{N-k,k}^{HG}(x, y, z) \quad (4)$$

と展開係数 $b(n, m, k)$ を使って表すことが出来る。またまた対角方向のエルミートガウスモードは同次数のエルミートガウスモードの重ね合わせとして (14) 式のように表すことができる。

$$E_{N-k,k}^{HG}\left(\frac{x+y}{\sqrt{2}}, \frac{x-y}{\sqrt{2}}\right) = \sum_{k=0}^N b(n, m, k) E_{N-k,k}^{HG}(x, y, z) \quad (5)$$

ラゲールガウスモードの展開式は対角方向のエルミートガウスモードの展開式の隣接項に位相差 $\frac{\pi}{2}$ を与えた形であることが分かる。例として、二次のラゲールガウスモードの展開式とエルミートガウスモードの展開式を (6), (7) 式に表す。

$$E_{2,0}^{LG} = \frac{1}{2} E_{2,0}^{HG} - \frac{i}{\sqrt{2}} E_{1,1}^{HG} - \frac{1}{2} E_{2,0}^{HG} \quad (6)$$

$$E_{2,0}^{HG}(\text{対角}) = \frac{1}{2} E_{2,0}^{HG} - \frac{1}{\sqrt{2}} E_{1,1}^{HG} + \frac{1}{2} E_{2,0}^{HG} \quad (7)$$

ラゲールガウスモードに変換するため限られた領域間で非点収差の領域をつくり、対角方向のエルミートガウスの展開式の隣接項に $\frac{\pi}{2}$ の位相差を与える必要がある。そのために二枚のシリンドリカルレンズ (モードコンバータ) を用いて位相差を与える。ビームがシリンドリカルレンズ間を伝播する様子を図 1 に示す。

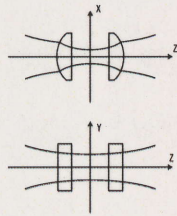


図 1: モードコンバータ内を伝播するビーム

ラゲールガウスモードに変換するためにシリンドリカルレンズ間の距離 d とシリンドリカルレンズの焦点距離 f に

$$2d = \sqrt{2}f \quad (8)$$

の関係が生じる。

2.3 角運動量

光子の運動量密度 \vec{p} は Poynting vector の時間平均 $\langle \vec{S} \rangle$ で以下のように表せる。

$$\vec{p} = \frac{\langle \vec{S} \rangle}{c^2} = \epsilon \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle \quad (9)$$

$$\langle \vec{S} \rangle = \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle = \frac{1}{\mu_0} \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle \quad (10)$$

光の角運動量密度は位置ベクトルと運動量密度の外積で表せる。

$$\vec{j} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (11)$$

$$\vec{p} = i\omega \frac{\epsilon_0}{2} (u^* \nabla u - u \nabla u^*) + \omega k \epsilon_0 |u|^2 \vec{z} + \omega \sigma \frac{\epsilon_0}{2} \frac{\partial |u|^2}{\partial r} \vec{\phi} \quad (12)$$

運動量密度における u は (5) で示したラゲールガウスモードの波動関数である。角運動量は z 成分にのみ寄与するので (34) の z 成分を考えればよく

$$j_z = r p_\phi \quad (13)$$

ここでラゲールガウスモードの波動関数を r, z と ϕ の関数に分けて ($l = n - m$)

$$u = u_{nm}^{HG} = u(r, z) \exp(-il\phi) \quad (14)$$

運動量密度の式に代入し、角運動量密度の z 成分を計算し時間平均を取ると

$$j_z = \epsilon \left(\omega l r |u|^2 - \frac{1}{2} \omega \sigma r \frac{\partial |u|^2}{\partial r} \right) \quad (15)$$

このようになり、これをビーム断面で積分すると角運動量は以下のように書ける。

$$J_z = (j + \sigma) \hbar \quad (16)$$

一光子あたりの角運動量はスピン角運動量 $\sigma \hbar$ と軌道角運動量 $l \hbar$ に和に相当する。(σ は偏光を指し、直線偏光のときは 0 ・右(左)回りの円偏光のときは $+(-)1$ となる。 l はトポロジカルチャージと呼ばれ、ラゲールガウスモードの次数に対応する。

2.4 エルミートガウスモードの光と共振器

高次にわたるエルミートガウスモードビームを生成に Fabry-Perot 共振器を使う。Fabry-Perot 共振器内において光軸上での位相は Gouy Phase と z 軸方向への伝播から (17) 式で表される

$$\theta = kz - (n + m + 1) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \quad (17)$$

共振器を往復する光は位相が π の整数倍遅れるので共振器のミラーの位置を $\pm z_l$ としたときの位相差は

$$\begin{aligned} & \left[k(z_l) - (n + m + 1) \arctan\left(\frac{z_l}{z_R}\right) \right] \\ & - \left[k(-z_l) - (n + m + 1) \arctan\left(-\frac{z_l}{z_R}\right) \right] \\ & = kL - (n + m + 1) \left[\arctan\left(\frac{z_l}{z_R}\right) + \arctan\left(-\frac{z_l}{z_R}\right) \right] \\ & = kL - (n + m + 1) \arctan\left(\frac{z_l}{z_R}\right) = q\pi \quad (q \text{ は整数}) \quad (18) \end{aligned}$$

と書くことが出来る。q の値を固定して隣り合った次数の差でエルミートガウスモードの間隔を考えると

$$(k - k')L - 2 \arctan\left(\frac{z_l}{z_R}\right) = 0 \quad (19)$$

ここで $k - k' = 2\pi \frac{\Delta\nu}{c}$ と書くと横モード間隔は

$$\Delta\nu = \frac{c}{\pi L} \arctan\left(\frac{z_l}{z_R}\right) \quad (20)$$

で書き表せる。(20) 式では横モード間隔は Rayleigh Range と共振器長に依存していることを表している。選択した横モードが他の横モード移るのを抑えるために共振器の横モード間隔はほぼ一定となっていることが望ましい。今回使用している共振器の周波数特性を図 2 に示す。



図 2: 共振器の横モード間隔

3 モードマッチング

モードマッチングとは、ある位置 z_1 にあるビームウエストを焦点距離 f のレンズを用いて位置 z_2 に移動することである。レーザー、共振器、モードコンバータを使う場合、それぞれのビームウエストの大きさを求め、モードマッチングを行う必要がある。モードマッチングが不十分な場合、パワーのロスやモードコンバータから歪んだ形状のラグールガウスモードビームが生じる。波長 λ のガウスビームの伝播を考えたとき、ある距離 z でのビーム半径と曲率半径を使って

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R_c(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)} \quad (21)$$

で表されるパラメータ $q(z)$ を導入する。位置 z_1 と z_2 の $q(z)$ を $q_1(z_1)$ と $q_2(z_2)$ とすると光線行列の要素 ABCD を使い、

$$q_2(z_2) = \frac{A \cdot q_1(z_1) + B}{C \cdot q_1(z_1) + D} \quad (22)$$

の形で表すことができる。共振器においてミラーの曲率半径がミラー位置でのビームの等位相面の曲率半径に一致すると考えると

$$R_c = z_l + \frac{\pi^2 w_r^4}{\lambda^2 z_l} \quad (23)$$

が成り立つ。使用している共振器ではミラーの曲率半径 $R_c = 250\text{mm}$ 、 $z_l = L/2 = 52\text{mm}$ 、波長 $\lambda = 610\text{nm}$ であるから共振器内のビームウエスト $w_r = 140\mu\text{m}$ が得られる。図 3 の光線行列 a1 から a7 を通る経路ではモードマッチングの結果、焦点距離 $f_1 = 300\text{mm}$ のレンズを用いるとレーザーからレンズまでの距離 104.94cm 、レンズから共振器中央までの距離 28.86cm が得られる。

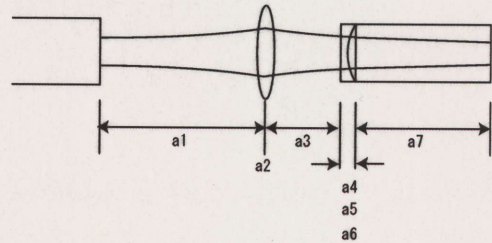


図 3: レーザーから共振器中央までの経路

次にラゲールガウスモードビームを発生のためにレンズを用いたモードマッチングでモードコンバータの中心にビームウェストをあわせる。

モードマッチングを行うためにモードコンバータ内のビームウェストを求める必要がある。図1でのy方向におけるモードコンバータ内のビームウェスト ω_y は

$$\omega_y = \frac{d \lambda}{p \pi} \quad (24)$$

ただし、 $p = -1 + \sqrt{2}$ はである。

図3の光線行列**b1**から**b7**を通る経路ではモードマッチングの結果、焦点距離 $f_2 = 150\text{mm}$ のレンズを用いると共振器中央からレンズまでの距離**30.46cm**、から共振器中央までの距離**22.21cm**が得られる。

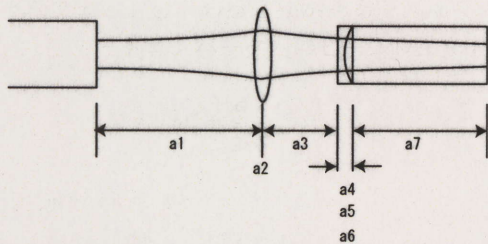


図4: 共振器中央からまでモードコンバータまでの経路

4 光ピンセットについて

4.1 光によって働く力

光が2つの屈折率の異なる媒質を伝播するとき、媒質の境界において屈折・反射が起こる。このとき光の進む向きが変化するので、光の持つ運動量も変化する。運動量の変化分が境界において力の反作用として働く。光が反射する際、境界面に及ぼす力の向きを図5に示す。

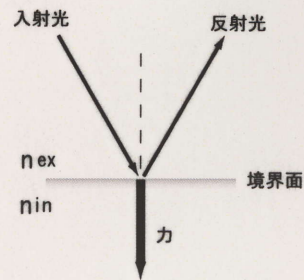


図5: 反射光と境界面に働く力

4.2 球体に働く力 (光によって誘電体に働く力)

光が球形の誘電体粒子に照射されると粒子内の位置 r では光の電場 $E(r)$ によって

$$P(r) = \alpha(r)E(r) \quad (25)$$

で表すことができる分極 $P(r)$ が誘起される。

($\alpha(r)$ は分極率)

分極 $P(r)$ が電場 $E(r)$ から受ける力 $F(r)$ は

$$F(r) = (P(r) \cdot \nabla)E(r) \quad (26)$$

$$= (\alpha(r)E(r) \cdot \nabla)E(r) = \frac{\alpha(r)}{2} \nabla(E^2(r)) = \frac{\alpha(r)}{cn} \nabla I$$

という形になって光の強度勾配に比例した力が働く。ガウスモードの場合、強度分布はビームの中心に極大値があるので粒子にはビーム中心へと引き寄せる力が生じる。

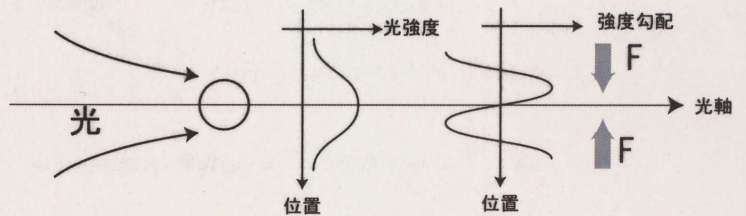


図6: 光によって誘電体粒子に働く力

4.3 粘性媒質中での力、トルク

粘性のある周辺媒質中を運動するとき受ける粘性抵抗によるトルクとビームから受ける軌道角運動量によるトルクが釣り合った時、角運動量が一定となり回転が定常状態になる。

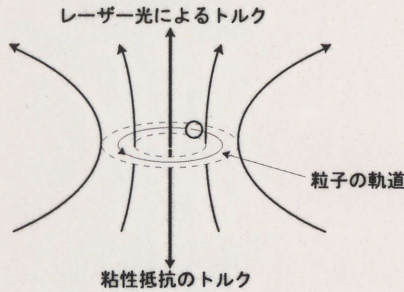


図 7: 粒子に働くトルク

ラゲールガウスビームにおいて、粒子が動く軌道上での強度分布が一様でないとき粒子に勾配力が働く。

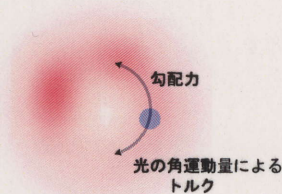


図 8: 強度分布が一様でないビーム

粒子に働く力に光が持つ角運動量以外の力が加わる為、粒子の運動から角運動量を測定するには不向きである。強度分布が一様であり、勾配力が生じないラゲールガウスモードビームの発生が必要となる。

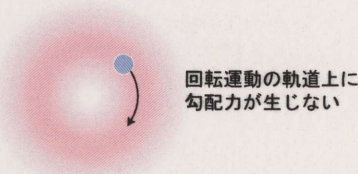


図 9: 強度分布が一様なビーム

5 実験

5.1 使用している光源について

本研究の光源として YAG レーザーの SHG(波長=532nm) の光を励起光とするリング型色素レーザー CR899 を使用している。(使用色素ローダミン 6G) リングレーザー CR899 内の thin etalon, thick etalon, Brewster plate を取り外した状態で発振させている。thin etalon, thick etalon をリングレーザー CR899 に取り付け、モードを選択している。Brewster plate を取り付け、周波数を掃引し lock をかけて周波数の安定化を行っている。

5.2 光学系について

実験で用いる使用するレーザーに戻り光が入ることを防ぐため AOM を使い、一次の回折光を実験で使用している。共振器前の 2 枚の鏡の調整を行い、共振器からエルミートガウスモードの光を取り出し、Piezo 素子の電圧を変えていき次数の高いエルミートガウスモードビームを取り出している。エルミートガウスモード、ラゲールガウスモードの光をスクリーン上に同時に投影し強度分布の測定を行っている。

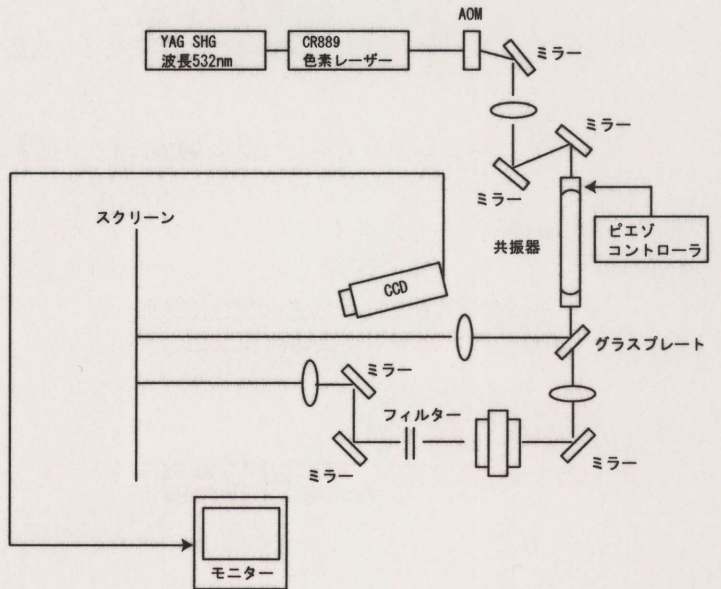


図 10: 強度分布測定的光学系

5.3 ラゲールガウスモードの次数とサイズの関係

本実験ではラゲールガウスモードビームの画像と強度分布から発生したラゲールガウスモードビームの評価を行った。1次から5次までのエルミートガウスモードとラゲールガウスモードを発生させ、ビームの強度分布を同時に1つに収めた画像と両モードの光の強度分布を調べた。1つのモードについて10画像の強度分布を測定した。5次のラゲールガウスモードとエルミートガウスモードのスクリーン上での画像を図11に示す。5次のラゲールガウスモードビームの形状が円

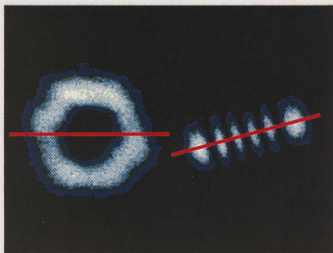


図 11: 5 次のラゲールガウスモードとエルミートガウスモード

環状にならなかったためエルミートガウスモードの強度分布を調整し円環状に近づけた。

調整後の5次のラゲールガウスモードとエルミートガウスモードのスクリーン上での画像を図12に示す。

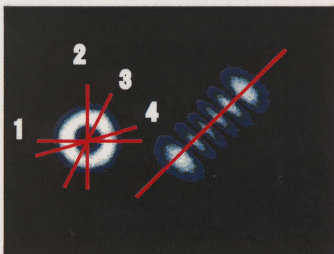


図 12: 調整後の五次のラゲールガウスモードとエルミートガウスモード

共振器に取り付けたピエゾ素子の電圧を変えていき、10次までのラゲールガウスモードビームを発生させた。

図12の赤線部1から4で示すようにラゲールガウスモードビームの画像に対して4方向の強度分布を測定しビームの半径を求めた。

図13に4方向に対する1次から10次までの次数と半径の値とfittingを行った次数と半径の関係を示す。次数が高くなるにつれ4方向の値と曲線に差が広がる

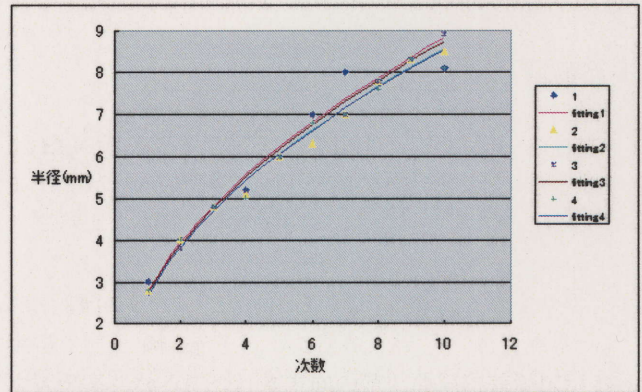


図 13: 次数と半径

ので強度分布の一樣なビーム発生を目指しつつ形状に関してもより円環状に近づける必要がある。

参考文献

- [1] M.W.Beejersbergen, L.Allen, H.E.L.O.van der Veen and J.P.Woerdman, Optics Comm.96,123 (1993)
- [2] I.V.Basistiny, M.S.Soskin and M.V.Vasnestov, Optics Comm.119,604(1995)
- [3] A.Askin, Phys.Rev.Lett.24,156(1970)
- [4] P.W.Smith, A.Ashkin and W.J.Tomlison, Optics Lett. Vol6(1981)P284-P286
- [5] R.Gussgard, T.Lindom and I.Brevik, J.Opt.Soc.Am.B 9,1922(1992)
- [6] R.Gussgard, T.Lindom and I.Brevik, J.Opt.Soc.Am.B 9,1922(1992)