

Laguerre-Gauss mode beam の研究

量子・物質工学専攻 清水研究室 福原 隆

[背景]

1970年 A.Ashkinらはレーザー光を対物レンズで高分子微粒子に対し集光照射することで、微粒子を捕捉・加速することに成功した。これは光が物質の境界面で反射・屈折するとき光の進行方向が変化し、その反作用による運動量変化分の力が物質に作用することによるものである。物理的なピンセットと違い光ピンセットは捕捉した物質に対して非破壊・非接触で粒子の操作ができ、集光したレーザー光を用いることで微小領域でのミクロンオーダーの粒子移動が可能である。この技術は分子生物学等の分野で、細胞等の生物試料に対して傷をつけることなく容易に操作できる研究のためのツールとして利用されている。光ピンセットの光源として中心に強度の最大値をもつ Gauss mode ビームを用いたものが一般的だが、リング状の強度分布をもつ Laguerre Gauss mode ビームも光ピンセットの光源に利用できる可能性がある。また近年 Laguerre Gauss mode ビームにトラップされた粒子の運動解析から光のもつ角運動量の測定解析が注目されている。

[研究目的]

Laguerre Gauss mode ビームには、ビーム中心に位相の特異点を持ち、また軌道角運動量・スピン角運動量から成る角運動量を持つといった特性がある。本研究では任意の次数の Hermite Gauss mode ビームを生成することで任意の次数の Laguerre Gauss mode ビームを生成し、ビーム特性を調べることを目的とした。

[Laguerre-Gauss mode について]

I モード展開

ヘルムホルツ方程式を近軸近似で直交座標系で解くと Hermite Gauss mode で展開することができ、円筒座標系で解くと Laguerre Gauss mode で展開することができる。これらは直交性をもつ関数であるので Laguerre Gauss mode・対角方向の Hermite Gauss mode は同次の Hermite Gauss mode で展開できる。

$$u_{20}^{HG}(\text{対角}) = \frac{1}{2}u_{20}^{HG} - \frac{1}{\sqrt{2}}u_{11}^{HG} + \frac{1}{2}u_{02}^{HG}$$

$$u_{20}^{LG} = \frac{1}{2}u_{20}^{HG} + \frac{i}{\sqrt{2}}u_{11}^{HG} - \frac{1}{2}u_{02}^{HG}$$

図1 展開式とイメージ

Laguerre Gauss mode の展開式は Hermite Gauss mode の展開式に比べて隣接項間に $\pi/2$ の位相差があることがわかる。そこで2枚のシリンドリカルレンズを用い非点収差を利用し Hermite Gauss mode に位相差を与えることで Laguerre Gauss mode を生成できる。

II モードコンバート条件

Hermite Gauss mode ビームが2枚のシリンドリカルレンズ間を通過するときの Gouy phase の位相変化が $\pi/2$ としたときのレンズ間隔は次のように表すことができる。

$$d = \sqrt{2f}$$

[Laguerre Gauss mode beam の生成]

I Hermite Gauss mode

任意の次数の Laguerre Gauss mode beam 生成のために、まず任意の次数の Hermite Gauss mode beam を生成可能にする必要がある。そこで PZT 素子を取りつけて電圧で共振器長を変化させることができる Fabry Perot 共振器を使用している。(図2左)

II モードコンバーター

生成した任意の次数の Hermite Gauss mode beam を Laguerre Gauss mode beam に変換するために、2枚のシリンダリカルレンズから成るモードコンバーターを用いてモード変換を行った。焦点距離20mmのシリンダリカルレンズペアを用いているので、レンズ間隔は 28.3mmである。(図2右)

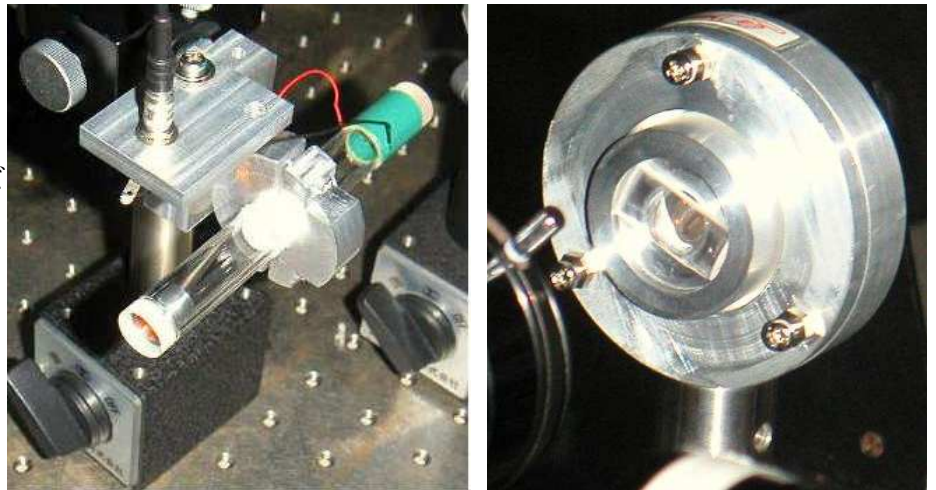


図2 Fabry-Perot 共振器とモードコンバーター

III セットアップ

シングルモードで高出力の光源が必要であったので、光源には Dye を用いている。出力強度は約 300mWである。M3・M4のミラーと共振器につけた PZT で任意の次数の Hermite Gauss mode beam を生成する。共振器から出た光は楕円偏光であるので、偏光ビームスプリッターで弱い成分を取り出し安定化に用いており、強い成分はコンバーターに光を通し Laguerre Gauss mode beam に変換している。共振器・コンバーターは共にレンズ系なので光源から出た光をレンズ L1・L2 を使って共振器・コンバーターとモード

マッチングしている。最終的に生成される Laguerre Gauss mode beam の生成効率は10~15%である。

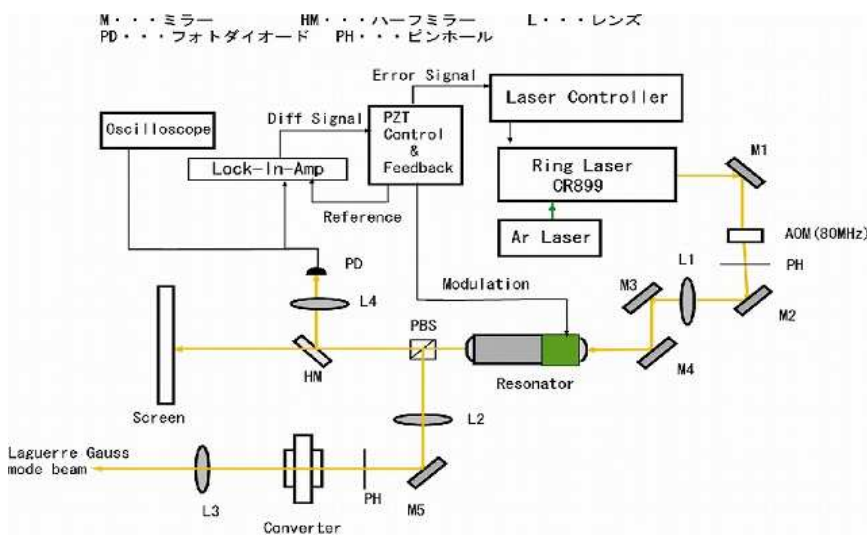


図3 Laguerre Gauss mode beam 生成セットアップ

[実験]

生成した Laguerre Gauss mode beam の持つ特性の確認実験を行った。

I 干渉実験

i 干渉縞による位相の次数依存観測

生成した Laguerre Gauss mode beam について、ビーム中心に位相の特異点をもつというものの確認実験を行った。参照光として Gauss mode beam、対象光として Laguerre Gauss mode beamを用いた。2つの光を同軸干渉した時と、ティルト干渉した時の干渉縞の明は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \text{同軸干渉} \quad & \cos\left[-l\phi - \frac{kr^2}{2R_c} + \frac{kr^2}{2R_0}\right] = 1 \\ \text{ティルト干渉} \quad & \cos\left[-l\phi - \frac{kr^2}{2R_c} - (n+m+1)\psi + kr \cos\phi \sin\theta - skz \sin^2\frac{\theta}{2}\right] = 1 \end{aligned}$$

次の干渉縞は1~4次の Laguerre Gauss mode beam に参照光を干渉させたときの縞画像である。

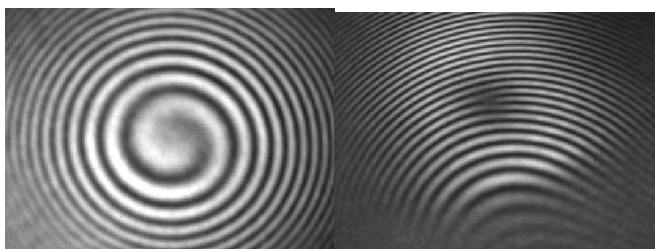


図4 一次のLaguerre Gauss mode beamとの干渉縞

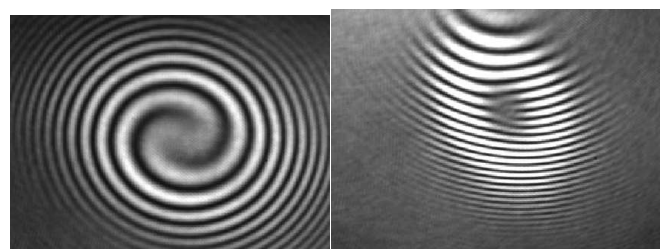


図5 二次のLaguerre Gauss mode beamとの干渉縞

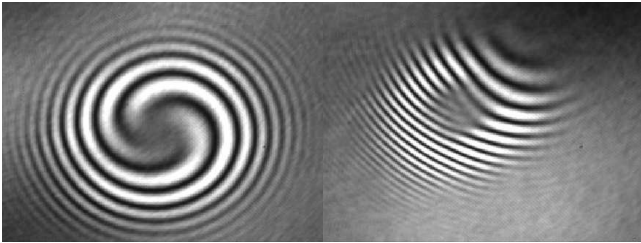


図6 三次のLaguerre Gauss mode beamとの干渉縞

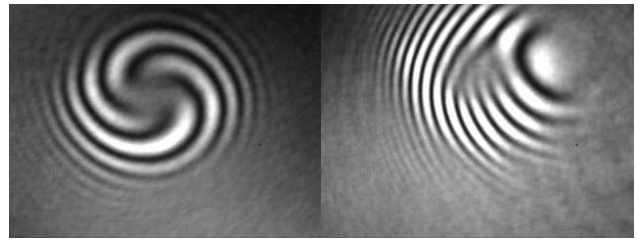


図7 四次のLaguerre Gauss mode beamとの干渉縞

(R_0 ・・・参照光の波面の曲率半径 R_z ・・・対象光の波面の曲率半径 l ・・・トポロジカルチャージ θ ・・・Laguerre Gauss mode beam と Gauss mode beam の成す角)

縞画像の左側は同軸干渉であり、右側はティルト干渉である。同軸干渉では次数の数だけ中心から渦が湧いており、ある一つの明について注目すると光軸に沿って一周した時、元の位置に戻ってこずに他の中心から湧いている渦を巻き込んで一周し一次なら 2π ・三次なら 6π といった次数に依存した位相変化をしていることがわかる。次にティルト干渉での干渉縞を見ると次数に依存した本数で Laguerre Gauss mode ビームの中心で干渉縞が分裂している。この分裂を起こしているポイントがまさに位相の特異点であり、ここを境に干渉縞が2本、3本、4本異なっているのがわかる。つまり m 次では、Laguerre Gauss mode ビームは特異点を境に位相が $2m\pi$ 変化しているといえる。これは Laguerre Gauss mode beam が螺旋状の位相面をしており、一波長における螺旋の重なりが次数に依存していることによるものである。また渦の回転方向はトポロジカルチャージの符号に依存しており、ビームの進行方向に対して時計回りなら正・反時計回りなら負の値をとる。

図7はトポロジカルチャージの符号と螺旋構造をもつ位相面の重なりを関係を図にしたものである。

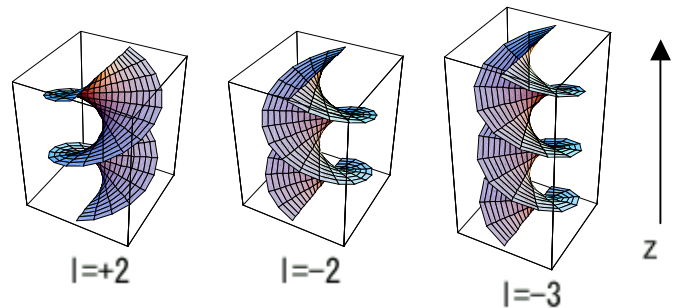


図7 トポロジカルチャージと位相面

ii フーリエ変換を用いた位相解析

ここで、ティルト干渉における両ビームの成す角度は干渉縞の細さに影響し、角度を大きくしていくと縞は細くなる。このとき干渉縞を見ると縞の分裂している点・つまり特異点が Laguerre Gauss mode beam の生成精度に依存して中心から離れてしまっているのがわかった。そこで実際に生成した Laguerre Gauss mode beam の位相の特異点の様子を見るためにフーリエ変換を用いて縞画像から位相解析を行った。

縞画像はバックグラウンドの強度分布 $a(x,y)$ 、干渉縞の明暗変化の振幅 $b(x,y)$ 、位相分布 $\phi(x,y)$ 、空間キャリア周波数 (f_{x0}, f_{y0}) を用いて次のように表すことができる。

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[2\pi(f_{0x} + f_{0y}) + \phi(x, y)]$$

これを x, y 方向に対して2次元フーリエ変換をすると2次元周波数スペクトルを得る。

$$G(f_x, f_y) = A(f_x, f_y) + C(f_x - f_{x0}, f_y - f_{y0}) + C'(-(f_x + f_{x0}), -(f_y + f_{y0}))$$

ここで A, C, C' が分離されたので C の部分を切り取って原点に持ってくることでキャリア周波数をキャンセルすることになり、その画像をフーリエ逆変換することで位相情報を得ることができる。そこで Visual C++ を使って2次元フーリエ変換・選択成分の移動のできるプログラムを作り実際に実験で得られた縞画像から位相の様子を解析した。

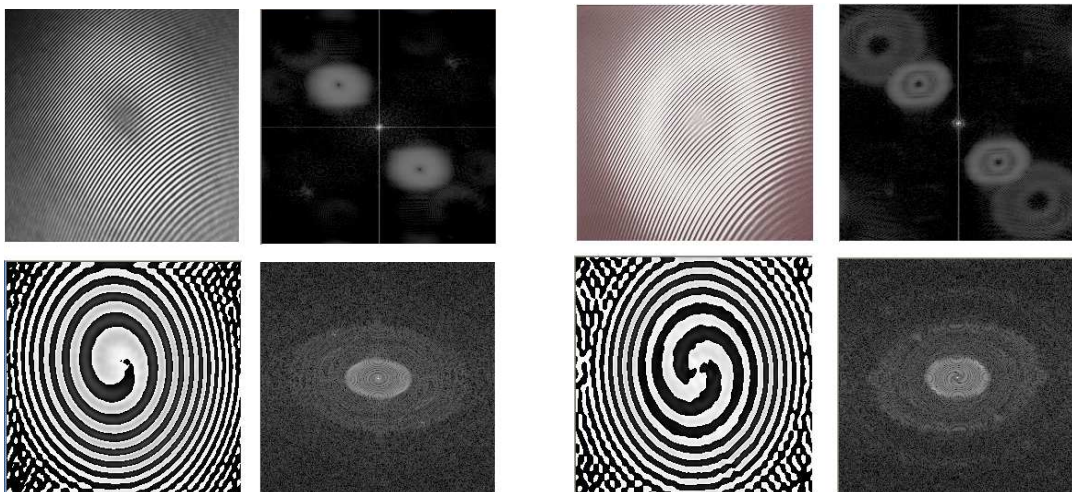


図8 一次と二次のLaguerre Gauss mode beamとの干渉縞解析結果

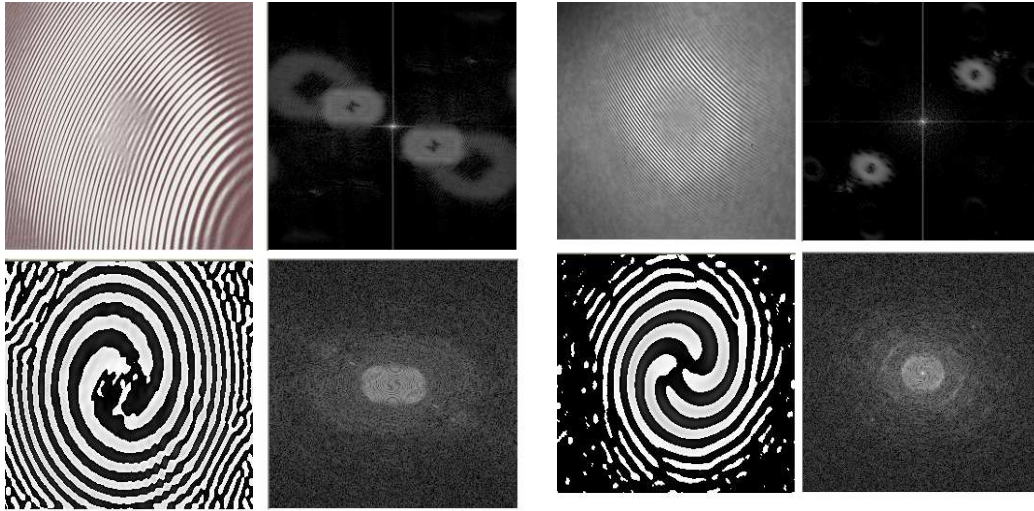


図9 三次と四次のLaguerre Gauss mode beamとの干渉縞解析結果

画像は1次～4次の干渉縞画像に対して、左上が原画像(干渉縞画像)、右上が原画像の2次元フーリエ変換を行った結果、右下が位相情報を持つ項を原点に移動したもの、左下が移動したものをフーリエ逆変換したものである。解析結果画像(左下画像)を見てみると、一次のものは黒い渦の中心の尖った部分付近に特異点があるといえる。2次の画像を見ると、中心で2つの黒い渦が一致していないのがわかる。つまり生成精度の原因で特異点が一致していないことを表している。同様に3次・4次の画像を見てみると3次では中心付近がつぶれてしまって詳細に特異点の位置はわからないが一致していないのは確かである。4次では特異点が2つずつは一致しているように見える。2次以上のLaguerre Gauss mode beamの特異点は1次のLaguerre Gauss mode beamのもつ特異点の重なりとして考えることができ、生成精度はLaguerre Gauss mode beamの径に対する特異点の離れ具合である程度の精度の目安にすることができるのではないかと考えられる。Laguerre Gauss mode beamの生成精度の低下の原因は共振器でHermite Gauss mode beam生成時の生成精度や、ビームのパス中にあるレンズによるものがあげられる。これらは視覚的にある程度は改善できるがさらに精度の高いLaguerre Gauss mode beamの生成時にはこの干渉縞を用いた位相解析が役に立つと思われる。

II 角運動量の測定・解析

Laguerre Gauss mode ビームをマイクロオーダーの微粒子に照射すると微粒子は回転運動をする。これはLaguerre Gauss mode ビームが角運動量をもつためであり、そのトルクによる影響からである。Laguerre Gauss mode ビームのもつ角運動量には軌道角運動量とスピン角運動量があり、一光子あたりの角運動量は次のように表される。

$$J = (l + \sigma)\hbar$$

Jは角運動量・lはトポロジカルチャージ・ σ はビームの偏光状態・ \hbar はプランク定数である。これら角運動量によるトルクの次数・強度依存性の観測を目的とした。

i 等方性屈折率物質のトラップ

対象物として等方的な屈折率をもつ直径 $1\mu\text{m}$ のポリスチレンラテックス球に対しLaguerre Gauss mode ビームを照射、角運動量を観測した。対象物の屈折率が等方的であるのでLaguerre Gauss mode ビームによる角運動量は軌道角運動量の影響のみである。トラップされたポリスチレンラテックス球はビームの勾配力によりLaguerre Gauss mode ビームの強度の最も強い部分(円環上の中央)にトラップされる。またビームの進行方向に散乱力を受けて散乱力=(浮力を考慮した)質量×重力という様に釣り合う位置に持ち上げられる。そこで、粒子はビームの軌道角運動量を受け取ってリング上を回転する。粒子を数珠状にトラップしビームから粒子が平均的な力を受けて回転するようにした。図10にトラップされた粒子・セットアップを示す。粒子の回転運動を15フレームのデジカメで撮影し粒子が一周するのにかかる平均的な時間を観測した。その時間を周期Tとし角速度 ω を求めた。高次になればなるほど安定に一回転するのは、生成したLaguerre Gauss mode ビーム強度の分布が一樣でない部分があり難しいので、測定にあたり記録は粒子が1/4周期するのにかけた時間から周期・角速度を求めた。また軌道角運動量の解析にあたり、トラップされた粒子の回転半径を求めた。

$$\theta = \frac{(m-3)\pi + \pi}{m} \quad r = \frac{\rho}{\cos \frac{\theta}{2}}$$

(m・・・トラップされた粒子数 r・・・粒子の中心を結んでできる正多角形の外接円の半径 θ ・・・正多角形の一つの角 ρ ・・・トラップした粒子の半径)

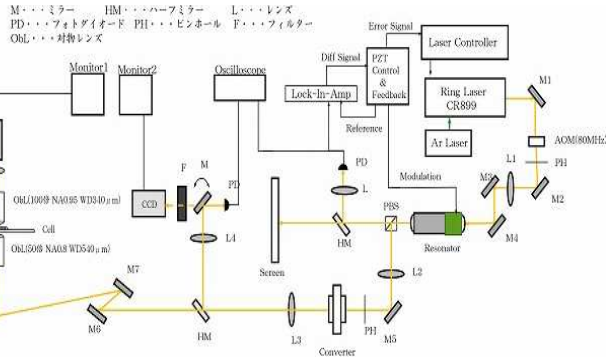
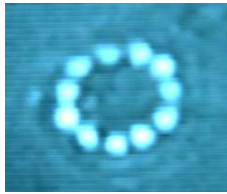


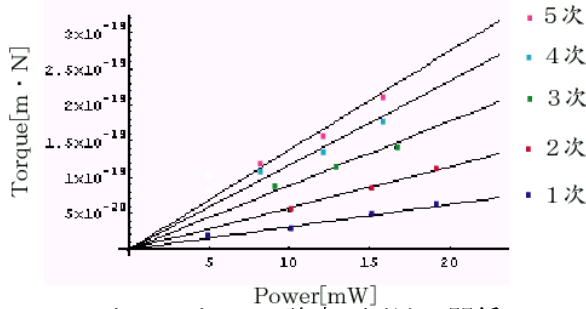
図10 トラップされた粒子とセットアップ

トラップされた粒子の回転運動において、粘性のある媒質中を運動するときには粘性抵抗力によるトルクとビームから受ける軌道角運動量によるトルクが釣り合ったとき、角速度が一定となり回転は定常状態となる。よって粒子の受ける軌道角運動量によるトルクは水中での粘性抵抗力によるトルクを計算することで求めた。

$$\tau = -r \times F_{viscosity} = 6\pi\eta\rho r^2\omega$$

水の粘性抵抗 $\eta = 1.138 \times 10^{-3} [Pa \cdot s]$ ビーム半径 r
 粒子半径 $\rho = 0.5 [\mu m]$ 粒子の角速度 ω

1次から5次までの Laguerre Gauss mode beam でポリスチレンラテックス球をトラップし強度に対するトルクを計算した。結果はグラフ1である。



グラフ1 トルクの強度・次数との関係

次数	ビーム半径 (μm)	直線の傾き比
一次	0.85	1.1
二次	1.15	2
三次	1.49	3.1
四次	1.78	4
五次	1.93	4.7

表1 直線の傾き比

グラフにおいて各次数の測定点に対し線形の Fitting し、2次の傾きを2とした時の各次数の直線の傾きを計算した結果が表1である。これより軌道角運動量は次数に比例していることが確認できた。

これまでのデジカメによる解析では 60ms 間隔でしか回転運動を追跡できなかったが、図11のような顕微鏡を抜けてきた、トラップ粒子像を伴った光を利用して回転運動を解析することで10ms以下の間隔で粒子の回転運動を追跡でき、より定量的な軌道角運動量によるトルクの測定ができるようにした。図12について、フォトダイオードで検出した粒子回転の波形が黄色で示されており、その波形をデジタルオシロのFFT機能で解析した周波数スペクトルが赤で示されている。この周波数と、トラップされている粒子の数から各速度を計算でき、これを用いてトルクを計算した結果がグラフ2である。結果は1次のものである。

この測定系の利点は定量的であることはもとより、一回の測定でのデータが動画から画像1枚で済み同じ時間で多くのデータがとれる。しかし微弱な揺らぎでも影響を受ける可能性があり安定な状況下で測定をする必要がある。

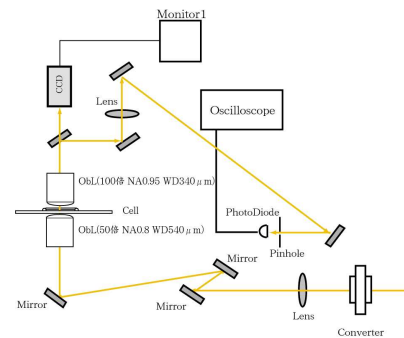


図11 透過光を利用した測定系

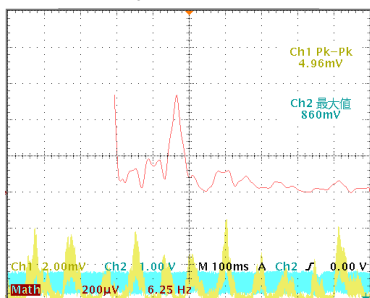
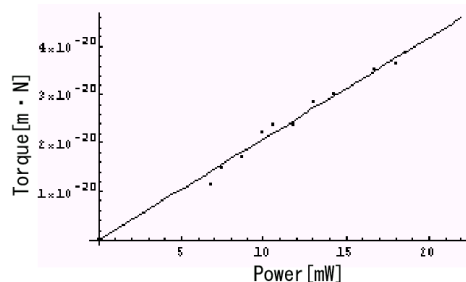


図12 検出波形



グラフ2 一次についてのトルクの強度依存性

ii 複屈折物質のトラップ

複屈折物質は外部電場(偏光)により屈折率の異方性から分極を生じる。分極と外部電場の外積によりトルクは表され、粒子に作用するトルクは次のように書くことができる。電場(偏光面)が回転し粒子の異常軸と角度をもつとき、粒子にはトルクが働く。よって偏光面が回転しているとき、粒子は偏光面に追従して回転する。

$$\begin{aligned} \vec{\tau} &= \int d^3x \vec{p} \times \vec{E} \\ &= \int d^3x \chi_o \cos \theta \sin \theta \vec{q} E_o^2(x) - \int d^3x \chi_e \sin \theta \cos \theta \vec{q} E_o^2(x) \\ &= \frac{1}{2} (\chi_o - \chi_e) \sin 2\theta \int d^3x E_o^2(x) \\ &= \vec{q} \tau_o \sin 2\theta \end{aligned}$$

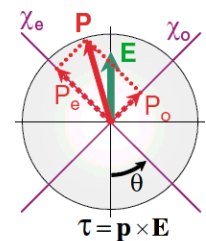


図13 複屈折粒子に働くトルク

これより粒子には軌道角運動量によるトルクに加えて、光の偏光状態によるスピン角運動量によるトルクも働く。そこで粒子に対するこれらの角運動量によるトルクを測定するため、複屈折粒子をトラップし偏光状態を変化させ回転運動解析を行った。対象粒子として二酸化チタン(TiO₂)を用い、ポリスチレンラテックス球と同様のセルを作成した。(λ=600nmでのTiO₂の各軸の屈折率・n_e=2.9 n_o=2.6) 粒子をポリスチレンラテックス球同様数珠状にトラップしたところビームの円環上を軌道角運動量によるトルクで公転しながら、自身がスピン各運動量によるトルクを受けて自転しているのが確認できた。しかし運動が複雑化しこれから二つの各運動量の解析が難しいと思われたので、ビーム径とほぼ同じ大きさの二酸化チタン粒子をトラップし、軌道角運動量とスピン各運動量によるトルクが同時に作用するようにして回転運動を観測した。このときの Laguerre Gauss mode beam のトポロジカルチャージは+1であり、ビームの偏光を変化させたときの粒子の各速度の測定結果を表2に示す。

——— 軌道角運動量 (l) ——— 軌道角運動量 (l)
 ——— スピン角運動量 (σ) ——— スピン角運動量 (σ)

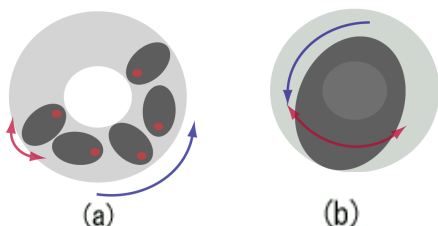


図14 (a) (b) トラップされた二酸化チタンの運動

表2 偏光を変化させたときの角速度変化

一次のLGモードビームでの角運動量(l=1)			
偏光状態	σ	ω(/s)	角運動量和(σ+l)
左回り円偏光	-1	0	0
直線偏光	0	11	1
右回り円偏光	1	23	2

左回り円偏光の光を入れたとき、軌道角運動量によるトルクとスピン角運動量によるトルクが相殺され粒子は回転しない。直線偏光の光を入射したときスピン角運動量の効果は表れず、軌道角運動量によるトルクの寄与のみで粒子は回転する。さらに右回り円偏光のビームを入射したとき軌道角運動量によるトルクとスピン角運動量によるトルクが重ね合い、直線偏光のときの倍の角速度で回転している。各偏光状態での角速度の比をとると、表2の右端項のように書け理論を満たしていると言える。

[まとめ]

PZT 素子のついた Fabry-Perot 共振器・モードコンバーターを用いて高次に渡る Laguerre Gauss mode beam を任意に生成した。Laguerre Gauss mode beam と Gauss mode beam の同軸干渉の干渉縞・テイルト干渉の干渉縞から位相の特異点での位相変化、干渉縞のフーリエ変換を利用した縞画像解析による特異点の分裂について確認した。Laguerre-Gauss mode beam の軌道角運動量は次数に比例している事を実験的に示し、複屈折物質には軌道角運動量によるトルクに加え、スピン角運動量によるトルクの効果がある事を実験的に示した。角運動量測を定量的に行えるような実験系を作成した。