

# 干渉計を用いたレーザー・セラミックスの熱伝導率の測定

量子・物質工学科 植田研究室 佐野直弥

## 1. 背景・目的

熱伝導率はレーザー・セラミックスの熱的性質を示す重要なパラメーターである。しかし実際に使用する試料はディスク型やシリンダー型をしている事が多く、このような試料を測定の為の特殊加工・処理を行う事無く簡便に測定する事は困難である。また試料がレーザー発振している状態で熱伝導率の測定を行いたい場合、従来の試料に対して接触させる測定方法は向いていない。

このような背景から今回干渉計を用いて、非接触に熱伝導率を測定する、測定方法の研究を行う事になった。

## 2. 実験装置

装置の概要を図 2.1 に示す。測定装置は、He-Ne レーザー (  $\lambda = 632.8[\text{nm}]$  ) を光源に使った Mach-Zehnder 干渉計を用いている。

まず片方の光路間に矩形の試料 (  $5 \times 5 \times 10[\text{mm}]$  ) を置き、その端面を  $\text{CO}_2$  レーザー (  $\lambda = 10.6[\mu\text{m}]$  ) で加熱する。すると加熱により試料を通過する光の位相が変化し、その位相の変化が干渉縞の変化となって表れる。

この干渉縞の変化を画像解析する事で試料内の温度勾配を測定し、熱伝導率を求める事ができる。また今回は加熱による空気中への熱流の損失を防ぐ為、真空装置 (  $P=2[\text{Pa}]$  ) を導入した。

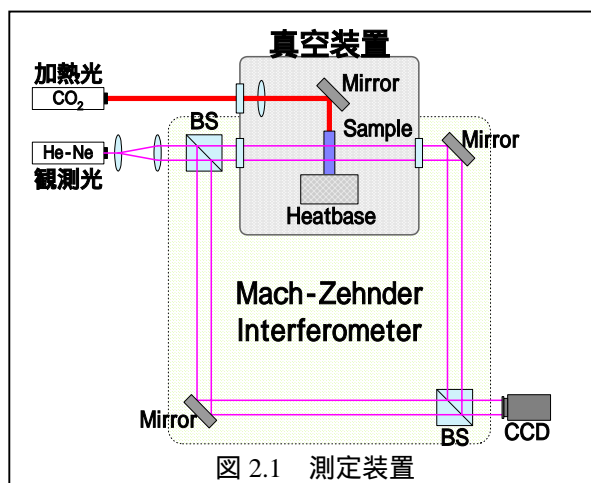


図 2.1 測定装置

## 3. 測定原理

### 3.1 Fourier の法則

熱伝導率は Fourier の法則で定義される。一次元な平行熱流の場合、熱伝導率  $k$  は単位時間あたりの熱流  $Q_c$  試料の断面積  $S$  温度  $T$  を用いて、

$$k = \frac{Q_c}{S} (\nabla T)^{-1}$$

ここで、温度勾配が一定であるとする  $T = T/y$  である。また、パワー  $P$  のレーザーで端面を加熱し、吸収効率  $\alpha$  をもって試料表面で完全に吸収されたとすると  $Q_c = \alpha P$  となる。これより熱伝導率は、

$$k = \frac{\alpha P}{S} \left( \frac{\Delta T}{\Delta y} \right)^{-1} \quad (3.1)$$

### 3.2 屈折率と位相・温度変化

長さ  $L$  屈折率  $n$  の媒質に波長  $\lambda$  の光が入射する時、通過するまでに変化する位相量は、

$$\varphi_{out} - \varphi_{in} = 2\pi \frac{L}{\lambda} n$$

である。よって屈折率が  $n$  だけ変化した場合の位相変化量  $\Delta\varphi$  は、温度上昇  $\Delta T$  を用いて、

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= 2\pi \frac{L}{\lambda} \Delta n \\ &= 2\pi \frac{L}{\lambda} \frac{\Delta n}{\Delta T} \Delta T = 2\pi \frac{L}{\lambda} \beta \Delta T \end{aligned} \quad (3.2)$$

で表す事が出来る。この時  $\beta$  は屈折率  $n$  の温度係数とも呼ばれ次式で与えられる。

$$\frac{d(nL)}{dT} = \frac{\partial n}{\partial L} L + n \left( \frac{dL}{dT} \right) = \left( \frac{\partial n}{\partial L} + n \right) \cdot L = \beta \cdot L$$

$$\frac{\Delta n}{\Delta T} = \beta \quad : \text{線膨張係数}$$

### 3.3 一次元モデル

加熱により試料が一定の温度勾配を持つとすると任意の座標での温度変化および干渉縞の位相変化は、

$$\Delta\varphi(y) = \frac{\Delta\varphi_h}{\Delta y} \cdot y \quad \Delta T(y) = \frac{\Delta T_h}{\Delta y} \cdot y$$

で表す事が出来る。これより(3.2)式に代入して

$$\frac{\Delta\varphi_h}{\Delta y} = 2\pi \frac{L}{\lambda} \beta \frac{\Delta T_h}{\Delta y} \quad (3.3)$$

### 3.4 位相変化と熱伝導率

以上より(3.1)式と(3.3)式を使って、熱伝導率と加熱による位相の変化との関係式が導出される。

$$k = \frac{\alpha P}{S} \cdot \frac{L}{\lambda} \beta \cdot 2\pi \left( \frac{\Delta\varphi_h}{\Delta y} \right)^{-1} \quad (3.4)$$

ここで、係数  $\Delta\varphi_h/\Delta y$  は干渉縞の変化に対して画像処理を行うことで求まる。

## 4 . 画像処理

画像処理は干渉縞に対して横方向にサイン関数でフィットを行う事で任意の位置の位相を求める。

しかし観測画像には強度分布がある為、

振幅が一定の正弦波にはならない。よって観測画像から振動成分のみを抽出する必要がある。

サイン関数

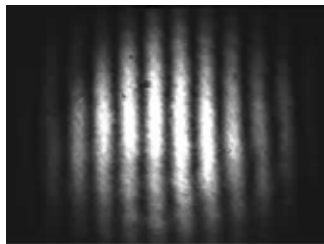


図 4.1 観測画像

### 4.1 振動成分の抽出

観測される干渉縞は各々 2 つの光  $I_S I_R$  を足し合わせたものに振動成分が加わったものとして考えられる。この式より振動成分を抽出する。

$$I(x,y) = I_S(x,y) + I_R(x,y) + 2\sqrt{I_S(x,y)I_R(x,y)} \cdot \gamma \cos[\varphi_{SR}(x,y)]$$

$$\gamma \cdot \cos[\varphi_{SR}(x,y)] = \frac{I(x,y) - I_S(x,y) - I_R(x,y)}{2\sqrt{I_S(x,y)I_R(x,y)}}$$

I : 観測された画像 (干渉縞)  $I_S$  : 試料を通過した光の画像  
: コヒーレンス度  $I_R$  : 試料を通過しない光の画像

尚、 $I_S \cdot I_R$  は干渉計の各々の光を遮って画像を記録する。

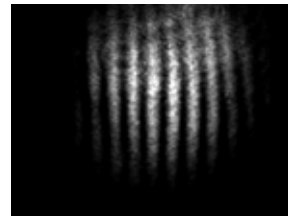


図 4.2.a 観測画像

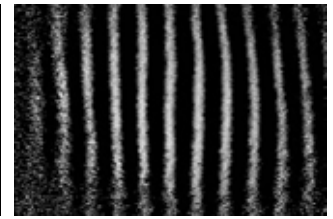
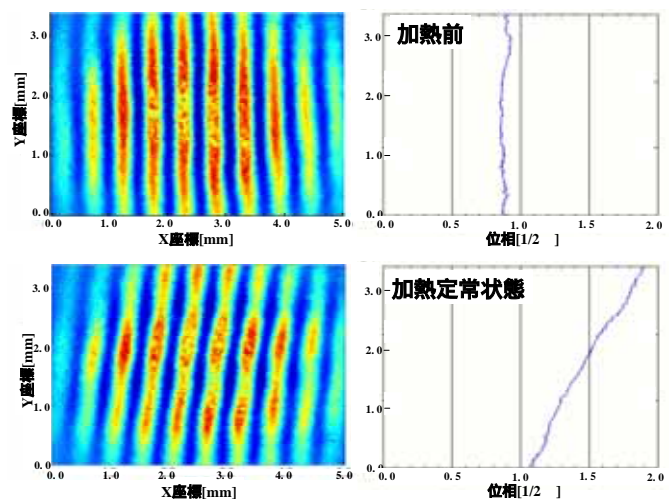


図 4.2.b 振動抽出画像

### 4.2 フィッティング・位相の抽出

振動成分を抽出した画像からサイン関数でフィットを行い、各 Y 座標での位相を求める。



これより、加熱定常状態の位相から加熱前の位相を引く事で、任意の y 座標での位相変化量が求まる。ここで、図 4.3 のグラフの傾きが熱伝導率の測定に必要な係数に相当する。

$$\text{傾き} = \frac{\Delta\varphi_h}{\Delta y}$$

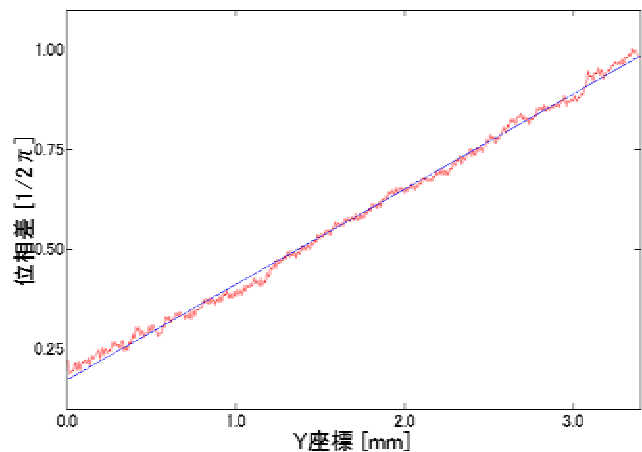


図 4.3 加熱による位相変化量

## 4 . 測定結果

### 1at% Nd:YAG[Ceramics]

測定値  $k = 14$   $[W \cdot K^{-1}m^{-1}]$

文献値  $k = 11 \sim 14$   $[W \cdot K^{-1}m^{-1}]$

### 合成石英

測定値  $k = 2.59$   $[W \cdot K^{-1}m^{-1}]$

文献値  $k = 1.38$   $[W \cdot K^{-1}m^{-1}]$

## 5 . 考察

1at%Nd:YAG については文献値とほぼ同じ値で測定されたが、石英については文献値の2倍の値で測定された。この原因は、加熱によって試料に与えた熱流が途中で損失し、試料の温度勾配が小さくなってしまった為であると考えられる。

### 5.1 熱流の損失率

熱損失には空気中への熱伝達と、試料自体の熱放射がある。そして前者の熱伝達には、熱伝導と対流伝熱の2種類がある。

ここで加熱により試料の温度が $T_1$ で均一であり、

$T = (T_1 - T_0)$ が $T_0$ に比べて十分小さいとするとそれぞれの熱流は、

#### 熱浴への熱伝導

$$Q_c = \frac{kS}{L} \Delta T \quad (5.1)$$

#### 空気中への熱伝達

$$Q_t = HA \cdot \Delta T \quad (5.2)$$

#### 試料の熱放射

$$Q_r = \varepsilon_r \sigma A (T_1^4 - T_0^4) \quad (5.3)$$

$$\approx 4\varepsilon_r \sigma A T_0^3 \Delta T$$

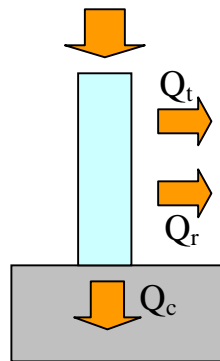


図 5.1 熱流の状態

L : 試料長

S : 断面積

A : 表面積

V : 体積

k : 熱伝導率 (試料)

H : 熱伝達率 (空気)

: ステファン = ボルツマン定数

$\varepsilon_r$  : 放射率

これより、熱伝達と熱放射の熱損失率はそれぞれ次式ようになる。

$$\frac{Q_r}{Q_c} = \frac{4\varepsilon_r \sigma T_0^3}{k} \cdot \frac{A}{V} L^2 \quad (5.4.1)$$

$$\frac{Q_t}{Q_c} = \frac{H}{k} \cdot \frac{A}{V} L^2 \quad (5.4.2)$$

### 5.2 熱流損失率の計算

今回測定した試料について実際に熱損失率を計算したものが表 5.2 である。

表 5.2.1 熱損失率

	$Q_r/Q_c$	$Q_t/Q_c$
1at% Nd:YAG	0.7%	1.4%
合成石英	7.4%	14.5%

これより、1at% Nd:YAG については熱損失が十分無視できる割合であったが、合成石英については無視できない程の熱損失である事が分かる。

### 5.4 真空装置による空気中への熱伝達の抑制

今回は熱損失を抑える為、真空装置を導入して気圧を 2 [Pa]まで下げた。しかし空気中への熱伝達対流は 1[Pa]ほどでほとんど抑制されるが空気中への熱伝達は  $1 \times 10^{-2}$ [Pa]まで減圧しないと抑制されない。

そこで今回、対流の抑制によって測定値にどれ程の効果があつたのかを測定し比較した。

表 5.4.1 対流の抑制効果の比較

	大気圧	低真空	文献値
1at% Nd:YAG	15	14	11 ~ 14
合成石英	2.90	2.59	1.38

## 5.5 測定に適した試料・環境

(5.4.1)式と(5.4.2)式より測定に適した環境がわかる。まず第1に温度 $T_0$ が低い方が熱放射による熱損失を抑える事が出来る。しかし熱放射は絶対零度でなければ常に発生するものであり、常温での測定において、熱放射による熱損失の抑制には限界がある。

第2に熱伝導率が小さい試料の方が測定に適している事が分かる。これは今回測定した2つの試料の測定結果からも明らかである。

第3に試料の形状の項からも分かるように、シリンダー型よりも試料長の短いディスク型の方が熱損失が少なくなる事がわかる。今回測定した試料は $5 \times 5 \times 10$ [mm]のシリンダー型に近い形状であった為、試料の形状を変える事で測定誤差の改善がみられるはずである。

しかし、試料に参照用のレーザーを通過させる為、「参照用レーザーの径よりも $L$ は小さくならない」事や「試料の端面を均一に加熱しなければならない」などの問題もある。

## 6. 今後の展望

熱伝導率を測定する他の方法として熱拡散率から熱伝導率を測定する方法がある。熱拡散率と熱伝導率 $k$ は次式のような関係にある。

$$k = C\rho \cdot \kappa \quad (6.1)$$

ここで $C$ は比熱、 $\rho$ は密度である。また熱拡散率には次のように定義される。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \kappa \cdot \nabla^2 T \quad (6.2)$$

ここで(6.2)式を一次元系の位相変化の形に持ってくると次式が得られる。

$$\frac{\Delta\varphi_h(y)}{\Delta t} = \kappa \cdot \frac{\Delta^2\varphi_h(y)}{\Delta y^2} \quad (6.3)$$

この測定方法は、本研究での測定方法で使ったような不明確な係数ではなく、比熱や密度といった比較的測定されている係数依存する、と

いうメリットもある。

実際にこの方法で測定する場合、干渉縞をリアルタイムに録画して画像処理を行う方法と、加熱するレーザーに変調を加えて干渉縞を制御し、測定する方法がある。

## 7. 参考文献

1. 霜田光一：レーザー物理入門
2. 日本化学会編：実験化学講座4 熱・圧力
3. 庄司正弘：伝熱工学
4. 高井信勝：MATLAB 入門